**1.** $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$ ② $-1-i$ ③ $0$

④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$

$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$

$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$

$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$

$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$

$=\frac{1}{i}-1=-i-1$

**2.** $z = \dfrac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$z = \dfrac{2}{1-i} = 1 + i$

$$\begin{aligned} \therefore\ 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5 \end{aligned}$$

해설

$z = 1 + i, z - 1 = i$

양변을 제곱하고 정리하면

$z^2 - 2z = -2$

$2z^2 - 4z - 1$

$= 2(z^2 - 2)z - 1$

$= -4 - 1 = -5$

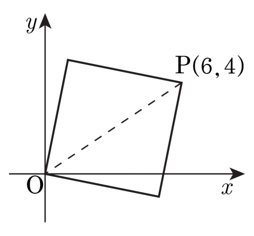
**3.** 사차방정식 $x^4+5x^3-20x-16=0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

① 25 ② 20 ③ 10 ④ 7 ⑤ 4

해설

$x^4+5x^3-20x-16$
$=(x+1)(x^3+4x^2-4x-16)$
$=(x+1)(x+4)(x^2-4)$
$=(x+1)(x+4)(x+2)(x-2)$
따라서 네근은 $-1,\ -2,\ -4,\ 2$
$\therefore$ 네근의 제곱의 합은 $1+4+16+4=25$

**4.** 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?




① 16 ② 20 ③ 26

④ 32 ⑤ 52

해설

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52}$ 이므로
주어진 정사각형의 한 변의 길이를 $a$라고 하면
$\sqrt{a^2+a^2} = \sqrt{52}$ 에서 $a^2 = 26$ 이다.
따라서 정사각형의 넓이는 26이다

**5.** 두 점 A(1), B(5)에 대하여 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점 P와 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{3\times5+1\times1}{3+1}=4$

$\therefore$ P(4)

$\frac{3\times5-1\times1}{3-1}=7$

$\therefore$ Q(7)

$\therefore$ $\overline{PQ}=|7-4|=3$

**6.** $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점의 좌표가 A $(-1, -2)$, B $(2,\ 5)$, C $(7,\ 3)$ 으로 주어질 때, 각 변의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는?

① G $\left(\frac{4}{3},\ 1\right)$　② G $\left(\frac{7}{3},\ \frac{2}{3}\right)$　③ G $\left(2,\ \frac{8}{3}\right)$
④ G $\left(\frac{8}{3},\ 1\right)$　⑤ G $\left(\frac{8}{3},\ 2\right)$

해설

세 변의 중점의 좌표를 각각 구하면

$\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$, $\left(\frac{9}{2},\ 4\right)$, $\left(3,\ \frac{1}{2}\right)$

구하고자 하는 무게중심의 좌표를 G $(x, y)$ 라 하면

$x = \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{9}{2} + 3}{3}$ , $y = \dfrac{\frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{2}}{3}$

$\therefore\ x = \frac{8}{3},\ y = 2$

$\therefore$ G $\left(\frac{8}{3}, 2\right)$

**7.** $\dfrac{2x+3a}{4x+1}$ 가 $x$에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a=2$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+1}=k$ (일정값 $=k$ )라 놓으면 $2x+3a=k(4x+1)$에서
$(2-4k)x+3a-k=0$
이 식은 $x$에 대한 항등식이므로,
$2-4k=0,\ 3a-k=0$
$k=\dfrac{1}{2}$ 이므로 $3a=k$에서 $a=\dfrac{1}{6}$
$\therefore\ 12a=2$

**8.** $x$에 관한 항등식 $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10}+a_9(x+1)^9+\cdots+a_1(x+1)+a_0$ 에서 $a_0+a_1+\cdots+a_9+a_{10}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

주어진 식에 $x=0$을 대입하면

$(0+0+1)^5 = a_{10}+a_9+\cdots+a_1+a_0$

$\therefore\ a_0+a_1+\cdots+a_9+a_{10}=1$

**9.** $2x^3+9x^2+11x+7=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가 $x$에 대한 항등식일 때, $a,\ b,\ c, d$를 차례로 구하면?

① 3, −1, 3, 2
② 2, 3, −1, 3
③ −3, 1, −3, −2
④ −2, −3, 1, −3
⑤ 1, −3, 4, −2

해설

조립제법을 이용하면

$$
\begin{array}{r|rrrrll}
-1 & 2 & 9 & 11 & 7 & & \\
 & & -2 & -7 & -4 & & \\
\hline
-1 & 2 & 7 & 4 & \boxed{3} & \leftarrow & \text{d} \\
 & & -2 & -5 & & & \\
\hline
-1 & 2 & 5 & \boxed{-1} & \leftarrow & \text{c} & \\
 & & -2 & & & & \\
\hline
 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow \text{b} & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & \text{a} & & & & &
\end{array}
$$

$a=2,\ b=3,\ c=-1,\ d=3$

**10.** 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$의 한 근이 $2 + ai$일 때 실수 $a$, $b$의 합 $a + b$의 값은? (단 $a \neq 0$)

① $-9$ ② $-5$ ③ $3$ ④ $6$ ⑤ $12$

해설

한 근이 $2 + ai$이므로 다른 한 근은 $2 - ai$이다.
$\therefore$두 근의 합 $-a = 4$ $\therefore a = -4$
두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$
$\therefore b = 10$ $\therefore a + b = 10 - 4 = 6$

**11.** 두 원 $x^2+y^2-5=0$, $x^2+y^2-3x-y-4=0$ 의 교점과 점$(1,1)$을 지나는 원의 방정식이 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 일 때, $A+B-C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2+y^2-5=0$ , $x^2+y^2-3x-y-4=0$
교점을 지나는 원의 방정식은
$(x^2+y^2-5)m+x^2+y^2-3x-y-4=0$
의 꼴이고, 이 원이 점 $(1,1)$을지나므로
$(1+1-5)m+1+1-3-1-4=0$
$\therefore m=-2$
이 값을 대입하고 정리하면
$x^2+y^2+3x+y-6=0$ 이다.
$\therefore A=3,\ B=1,\ C=-6$
그러므로 $A+B-C=10$

**12.** 직선 $3x+4y+a=0$ 이 원 $x^2+y^2-2x+2y=2$ 에 접할 때, 양수 $a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=11$

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면
$(x-1)^2+(y+1)^2=2^2$
직선이 원에 접하므로 원의 중심
$(1,\ -1)$ 에서 직선까지의 거리가
원의 반지름의 길이2 와 같다.
따라서, $\dfrac{|3\cdot 1+4\cdot(-1)+a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$
$|a-1|=10$
$a-1=\pm 10$
$a>0$ 이므로 $a=11$

**13.** 점 A$(0,\ a)$에서 원 $x^2+(y-3)^2=8$에 그은 두 접선이 서로 수직 일 때, 양수 $a$의 값은 ?

① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 10

해설

점 A$(0,\ a)$을 지나고 기울기가 $m$인 접선을
$y=mx+a$로 놓으면 원의 중심 $(0,\ 3)$에서
접선 $mx-y+a=0$ 까지의 거리는

$$\frac{|a-3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$$

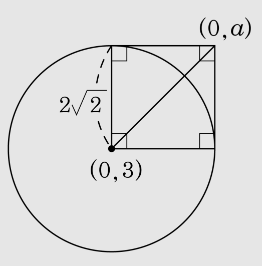
← 반지름 이 식의 양변을 제곱하면,
$(a-3)^2=8(m^2+1)$
$8m^2-a^2+6a-1=0$
$m$에 관한 이차방정식의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면,
두 접선이 직교하기 위해서는 $\alpha\beta=-1$ 이어야 하므로

$$\frac{-a^2+6a-1}{8}=-1$$

$a^2-6a-7=0,\quad (a-7)(a+1)=0$
$\therefore\ a=7\ (\because a>0)$

해설

원의 중심 $(0,\ 3)$에서 A$(0,\ a)$까지의 거리는
반지름을 한 변으로 하는 정사각형의 대각선의 길이와 같다. $\sqrt{0+(a-3)^2}=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$
$a-3=\pm4$
$\therefore\ a=7$ 또는 $a=-1$
그런데 $a>0$ 에서 $a=7$



**14.** 좌표평면 위의 $x^2 + y^2 - 2 \le 0$,
$3x + y - k > 0$를 동시에 만족하는 $(x,\ y)$가 없도록 하는 $k$ 의 최솟값을 구하면?

① $-\sqrt{5}$　　② $\sqrt{5}$　　③ $-2\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{5}$　　⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$x^2 + y^2 - 2 \le 0$는 중심이 원점이고 반지름이 $\sqrt{2}$ 인 원이므로
$x^2 + y^2 - 2 \le 0$, $3x + y - k > 0$를 동시에 만족하는 $(x,\ y)$가 없도록 하기 위해서는
직선 $3x + y - k = 0$ 과 원점과의 거리가 반지름보다 커야 한다.
점과 직선 사이의 거리 공식에 의해 $k$ 의 최솟값은 $2\sqrt{5}$

**15.** $x = -1 + i$ 일 때, $x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$ 의 값을 구하면?

① $-1 + i$　　② $-i$　　③ $i$

④ $-1$　　⑤ $1$

해설

$x = i - 1 \Rightarrow x + 1 = i$

양변을 제곱해서 정리하면 $x^2 + 2x + 2 = 0$

$x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$

$= x^2(x^2 + 2x + 2) - x^2 - x - 1$

$= -x^2 - x - 1 \ (\because \ x^2 + 2x + 2 = 0)$

$= -(-2x - 2) - x - 1$

$= x + 1 = i$

**16.** 방정식 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{21}$ (단, $x<y$)을 만족하는 양의 정수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$에 대하여 $x+y$의 최댓값을 구하면?

① 484　② 192　③ 112　④ 100　⑤ 548

해설

$21(x+y)=xy,\quad xy-21(x+y)=0$

$\therefore\ (x-21)(y-21)=21^2=3^2\times 7^2$

$21x=(x-21)y$이고 $y>x>0$이므로

$y-21>x-21>0$

$\therefore (x-21,\ y-21)$

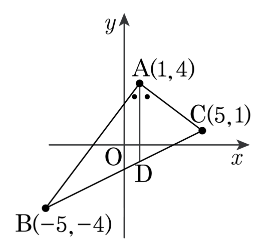
$=(1,\ 441), (3,\ 147), (7,\ 63), (9,\ 49)$

$\therefore (x,\ y)$

$=(22,\ 462), (24,\ 168), (28,\ 84), (30,\ 70)$

$\therefore\ x+y$의 최댓값은 $22+462=484$

**17.** 다음 그림과 같이 세점 A(1, 4), B(−5, −4), C(5, 1) 를 꼭짓점으로 하는 △ABC 가 있다. ∠A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, △ABD 와 △ACD 의 넓이의 비는?




① 1 : 1　　② $\sqrt{2} : 1$　　③ $\sqrt{3} : 1$

④ 2 : 1　　⑤ $\sqrt{5} : 1$

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이고

각의 이등분선정리에 의해

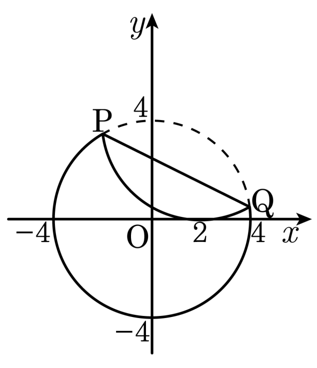
$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}}$

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(1+5)^2+(4+4)^2} = \sqrt{100} = 10$

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{(1-5)^2+(4-1)^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{ACD} = 2 : 1$

**18.** 다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=16$을 점 $(2,0)$에서 $x$축과 접하도록 접었을 때, 두 점 P, Q를 지나는 직선의 $x$절편을 구하여라.

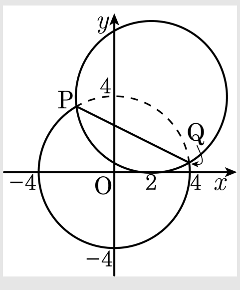



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

호 PQ는 그림과 같이 점 $(2,0)$에서 $x$과 접하고 반지름의 길이가 4인 원의 일부이므로 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-4)^2=16$//




이때 선분 PQ는 두 원 $x^2+y^2=16$, $(x-2)^2+(y-4)^2=16$의 공통현이므로 직선 PQ의 방정식은

$x^2+y^2-16-\{(x-2)^2+(y-4)^2-16\}=0$

$\therefore x+2y-5=0$

따라서 두 점 P, Q를 지나는 직선의 $x$절편은 5이다.

**19.** 서로 다른 두 복소수 $x, y$ 가 $x^2 - y = i,\ y^2 - x = i$ 를 만족할 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 - 3i$

해설

$x^2 - y = i \cdots ①,\ y^2 - x = i \cdots ②$ 에서

① - ② 하면 : $(x+y)(x-y) + (x-y) = 0,$

$(x-y)(x+y+1) = 0$

조건에서 $x \neq y$ 이므로 $x + y = -1$ 이다.

① + ②하면 $x^2 + y^2 - x - y = 2i$

식을 변형하면 $(x+y)^2 - 2xy - (x+y) = 2i$

$\therefore\ xy = 1 - i$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ &= (-1)^3 - 3(1-i)(-1) \\ &= 2 - 3i \end{aligned}$$

**20.** $(x+1)(x-2)$ 의 소수 첫째 자리를 반올림한 것이 $1+5x$ 와 같을 때, 양수 $x$를 구하면?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{32}{5}$

해설

조건에서 소수 첫째 자리를 반올림했으므로

$1+5x$ 는 정수 $\cdots\cdots$①

$(1+5x)-0.5 \le (x+1)(x-2) < (1+5x)+0.5 \cdots\cdots$②

②를 풀면 $11.5 \le (x-3)^2 < 12.5 \cdots\cdots$③

①에서 $5x$ 는 정수이므로 $x-3=\frac{n}{5}$ ($n$ 은 정수)

이것을 ③에 대입하면 $25 \times 11.5 \le n^2 < 25 \times 12.5$

$\therefore 287.5 \le n^2 < 312.5$

이를 만족시키는 정수는 $n=\pm 17$

$\therefore x = 3 \pm \frac{17}{5} = -\frac{2}{5},\ \frac{32}{5}$

$\therefore x = \frac{32}{5}$ ($\because x$ 는 양수)