

1. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

① 정수 부분 : -1 , 소수 부분 : 0.659

② 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.341

③ 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.659

④ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.341

⑤ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.659

해설

$$\begin{aligned}-2.341 &= -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341) \\ &= -3 + 0.659\end{aligned}$$

따라서 정수 부분은 -3 , 소수 부분은 0.659 이다.

2. $\log 80$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8 \text{에서}$$

$$0 < \log 8 < 1 \text{ 이므로}$$

$\log 80$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.

즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로

$$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$$

3. $\log 3.14 = 0.4969$ 일 때, $\log 3140^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34, 0.969

해설

$$\begin{aligned}\log 3140^{10} &= 10 \log 3140 \\ &= 10 \log(3.14 \times 1000) \\ &= 10(\log 3.14 + \log 1000) \\ &= 10(0.4969 + 3) \\ &= 10 \times 3.4969 = 34.969\end{aligned}$$

4. $\log_2 x = 5.2$ 일 때, $\log \frac{1}{x}$ 의 소수 부분은 ? (단, $\log 2 = 0.30$)

① 0.32

② 0.36

③ 0.40

④ 0.44

⑤ 0.48

해설

$$\log_2 x = 5.2 \text{ 이므로 } \frac{\log x}{\log 2} = 5.2, \log x = 1.56$$

$$\log \frac{1}{x} = -\log x = -1.56 = -2 + 0.44$$

$$\therefore \log \frac{1}{x} \text{ 의 소수 부분은 } 0.44$$

5. $\log x = \bar{2}.6044$ 일 때, $\log x^2$ 의 값은?

① $\bar{2}.3022$

② $\bar{3}.2088$

③ $\bar{4}.5110$

④ $\bar{5}.4890$

⑤ $\bar{6}.5110$

해설

$$\log x = \bar{2}.6044 = -2 + 0.6044 \text{ 이므로}$$

$$\log x^2 = 2 \log x$$

$$= 2(-2 + 0.6044)$$

$$= -4 + 1.2088$$

$$= -3 + 0.2088$$

$$= \bar{3} + 0.2088$$

6. $\log 5.36 = 0.7292$, $\log 1.959 = 0.2920$ 일 때, 0.536^{10} 는?

① 0.1959

② 0.01959

③ 0.001959

④ 0.00292

⑤ 0.005364

해설

$$\log 0.536^{10}$$

$$= 10 \log 0.536 = 10 \log \frac{5.36}{10}$$

$$= 10(\log 5.36 - 1) = 10(0.7292 - 1)$$

$$= -2.708 = -3 + (1 - 0.708)$$

$$= -3 + 0.292 = -3 + \log 1.959$$

$$= \log \frac{1}{1000} + \log 1.959$$

$$= \log 0.001959$$

7. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.44

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 275 &= \log_{10}^{25 \times 11} = 2 \log_{10}^5 + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - \log_{10}^2) + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - 0.301) + 1.041 \\ &= 2.439\end{aligned}$$

소수 셋째 자리에서 반올림하면 2.44

8. 수열 $\log_{10}(n+2)$ 의 제 98항은?

① $\log_2 10$

② $\log_2 100$

③ 10

④ 1

⑤ 2

해설

$a_n = \log_{10}(n+2)$ 이므로

$$a_{98} = \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2$$

따라서, 제 98항은 2이다.

9. 첫째항이 2, 공차가 2인 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 수열 $b_n = 2^{a_n}$ 이다.
수열 $\{b_n\}$ 에서 처음으로 2000보다 커지는 항은? (단, $\log 2 = 0.3010$)

① 제5항

② 제6항

③ 제7항

④ 제8항

⑤ 제9항

해설

$$a_n = 2n \text{ 이므로 } b_n = 2^{2n}$$

$$4^n > 2000 \text{ 에서 } 2n \log 2 > \log 2000$$

$$\therefore n > \frac{3.3010}{0.6020} = 5.48 \times \times \times$$

따라서 제6항부터 처음으로 2000보다 커진다.

10. 각 항이 모두 양수로 이루어진 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{\log a_n\}$ 은 어떤 수열인가?

① 공차가 a 인 등차수열

② 공차가 $\log r$ 인 등차수열

③ 공차가 $\log a$ 인 등차수열

④ 공차가 r 인 등비수열

⑤ 공차가 $\log r$ 인 등비수열

해설

$\{a_n\}$ 은 등비수열이고 $a_n > 0$ 이므로 공비를 r 이라고 하면

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r > 0$$

이때 양변에 상용로그를 취하면 $\log \frac{a_{n+1}}{a_n} = \log r$

$$\therefore \log a_{n+1} - \log a_n = \log r$$

따라서 수열 $\{\log a_n\}$ 은 공차가 $\log r$ 인 등차수열이다.

11. 상용로그 $\log 6.3$ 은 0.80 이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$ 일 때, $a + 10b$ 의 값은?

① 3.80

② 4.04

③ 4.28

④ 4.32

⑤ 4.43

해설

$$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80 \text{ 이고}$$

$$\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$$

$$= \log 0.063 \text{ 이므로 } b = 0.063$$

$$\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$$

12. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 을 이용하여 $\log_{10} 1.08$ 의 값을 계산하면?

① 0.0327

② 0.0329

③ 0.0331

④ 0.0333

⑤ 0.0335

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 1.08 &= \log_{10} (2^2 \times 3^3 \div 100) \\ &= 2\log^2 + 3\log^3 - 2 \\ &= 0.0333\end{aligned}$$

13. 다음 <보기>의 상용로그 중 그 소수 부분이 $\log 55$ 의 소수 부분과 같은 것의 개수를 구하면? (단, $\log 550 = 2.7404$)

보기

㉠ $\log 5.05$

㉡ $\log 0.00055$

㉢ $\log \frac{1}{550}$

㉣ $\log(5.5 \times 10^{10})$

㉤ $\log 5.5^{10}$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\log 550$ 의 진수 550과 소숫점의 위치만 다르고 숫자의 배열이 같은 수의 상용로그의 소수 부분은 $\log 550$ 의 소수 부분과 같다. 따라서 <보기> 중 $\log 550$ 과 소수 부분이 같은 것은 ㉡, ㉣의 2개이다.

14. 다음 <보기> 중 $\log A$ 와 소수 부분이 항상 같은 것으로 묶어 놓은 것은? (단, 로그는 상용로그)

보기

㉠ $10 \log A$

㉡ $10 - \log A$

㉢ $\log 10A$

㉤ $(\log A) - 10$

㉥ $\log \frac{A}{10}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

소수 부분이 같으려면

진수의 숫자의 배열이 같아야하므로

㉢, ㉤, ㉥

15. $x > 0, y > 0$ 인 실수 x, y 가 아래 두 조건을 만족할 때, 다음 물음에 답하여라.

㉠ $\log x$ 와 $\log 99$ 의 정수 부분은 같다.

㉡ $\log y$ 와 $\log 1001$ 의 정수 부분은 같다.

$\log x$ 의 소수 부분과 $\log y$ 의 소수 부분이 같을 때, $x : y$ 를 간단한 정수비로 나타내면?

① $1 : 2$

② $1 : 3$

③ $1 : 10$

④ $1 : 100$

⑤ $10 : 1$

해설

$\log 99$ 의 정수 부분은 1이고, $\log 1001$ 의 정수 부분은 3이므로 $\log x$ 와 $\log y$ 는 다음과 같다.

$$\log x = 1 + \alpha, \log y = 3 + \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1)$$

$$\therefore \log y - \log x = 2$$

$$\log \frac{y}{x} = 2, \frac{y}{x} = 100, y = 100x$$

$$\therefore x : y = 1 : 100$$

16. $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ 일 때, 12^{30} 은 몇 자리 수인가?

① 31

② 32

③ 33

④ 34

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 12^{30} &= 30 \log(2^2 \times 3) \\ &= 30(2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3) \\ &= 30(2 \times 0.3010 + 0.4771) \\ &= 32.3730 = 32 + 0.3730\end{aligned}$$

$\log_{10} 12^{30}$ 의 지표가 32이므로
 12^{30} 은 33자리 정수이다.

17. $\log a = 0.08$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 몇 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나타나는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\log \left(\frac{1}{a}\right)^{20} = \log a^{-20} = -20 \log a = -20 \times 0.08$$

$$= -1.6 = -2 + 0.4 = \bar{2}.4$$

따라서 지표가 -2 이므로 소수점 아래 2째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나온다.

18. $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$, $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1이라고 한다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 α 라 할 때 $n + 8\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\log x = 3 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = 1 + \frac{\beta}{3}$$

$$\therefore \beta + \frac{\beta}{3} = 1$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{4}$$

$$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log x = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

$$n = 2, \alpha = \frac{1}{4}$$

$$n + 8\alpha = 2 + 2 = 4$$

19. $\log_{10} N$ 의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 두 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$\log_{10} N$ 의 정수 부분과 소수 부분을 m, α ($0 \leq \alpha < 1$)라 하면 m, α 가 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수와의 관계로부터 $m + \alpha = \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ 이다.

따라서, $m = 2, \alpha = \frac{1}{2}$

한편, 두 근의 곱 $m\alpha = \frac{k}{2} = 1$ 이므로 $k = 2$

20. $\lfloor \log 1 \rfloor + \lfloor \log 2 \rfloor + \lfloor \log 3 \rfloor + \cdots + \lfloor \log 2014 \rfloor$ 의 값은? (단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 2007

② 3515

③ 4914

④ 4935

⑤ 7826

해설

(i) $1 \leq n < 10$ 일 때, $0 \leq \log n < 1$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 0$

(ii) $10 \leq n < 100$ 일 때, $1 \leq \log n < 2$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 1$

(iii) $100 \leq n < 1000$ 일 때, $2 \leq \log n < 3$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 2$

(iv) $1000 \leq n < 10000$ 일 때, $3 \leq \log n < 4$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 3$

(i), (ii), (iii), (iv) 에서

$$\lfloor \log 1 \rfloor + \lfloor \log 2 \rfloor + \lfloor \log 3 \rfloor + \cdots + \lfloor \log 2014 \rfloor$$

$$= 0 \times 9 + 1 \times 90 + 2 \times 900 + 3 \times 1015 = 4935$$