

1. 두 집합  $X = \{-2, 0, 1\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3\}$  에 대하여 다음 대응 중  $X$  에서  $Y$  로의 함수인 것은?

①  $x \rightarrow x+1$

②  $x \rightarrow x^2$

③  $x \rightarrow x-1$

④  $x \rightarrow x+2$

⑤  $x \rightarrow 2x+1$

해설

각각의 치역을 구하면

①  $\{-1, 1, 2\}$

②  $\{0, 1, 4\}$

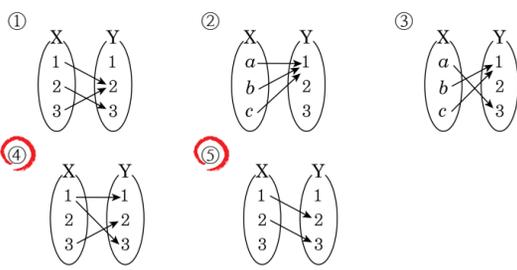
③  $\{-3, -1, 0\}$

④  $\{0, 2, 3\}$

⑤  $\{-3, 1, 3\}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 함수는 ④ 이다.

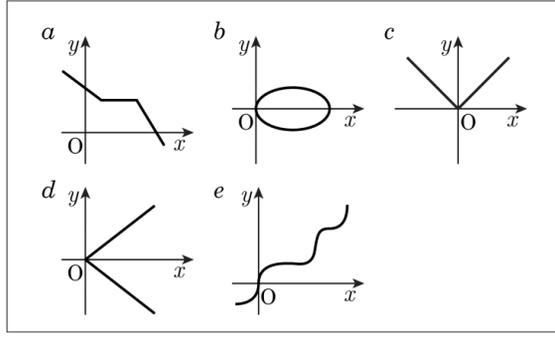
2. 다음 대응 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수가 아닌 것을 모두 고르면?



**해설**

- ④  $X$ 의 원소 1에 대응되는  $Y$ 의 원소는 2개이고  $X$ 의 원소 2에 대응하는  $Y$ 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
- ⑤  $X$ 의 원소 3에 대응되는  $Y$ 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

3. 다음 그래프 중 함수인 것은?

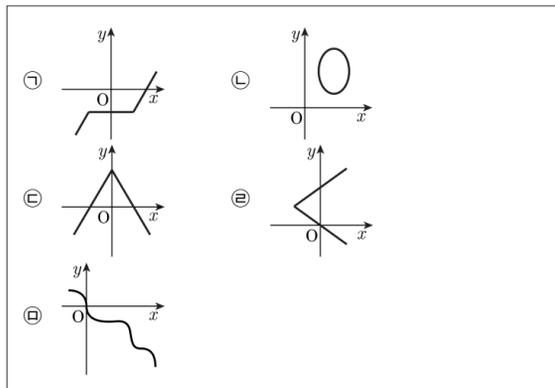


- ①  $a, b, c$    ②  $a, c, e$    ③  $a, c, d$    ④  $b, c, e$    ⑤  $c, d, e$

**해설**

[a] 함수 [b] 함수가 아니다. [c] 함수 [d] 함수가 아니다. [e] 함수  
따라서 [a], [c], [e]만이 함수이다.

4. 다음 그래프 중 함수인 것은?



- ① ㉠, ㉡, ㉢  
 ② ㉠, ㉢, ㉤  
 ③ ㉠, ㉢, ㉤  
 ④ ㉡, ㉢, ㉤  
 ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

**해설**

㉠ 함수  
 ㉡ 함수가 아니다.  
 ㉢ 함수  
 ㉣ 함수가 아니다.  
 ㉤ 함수  
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

5. 실수 전체의 집합을 정의역과 공역으로 하는 함수  $f$ 가  $f(x) = \begin{cases} x & (x \text{는 유리수}) \\ 1-x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$  과 같을 때  $f(\sqrt{2}) + f(1-\sqrt{2})$  의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\sqrt{2}$ 와  $1-\sqrt{2}$ 는 모두 무리수이므로,  
 $f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2}$   
 $f(1-\sqrt{2}) = 1 - (1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$   
 $\therefore f(\sqrt{2}) + f(1-\sqrt{2}) = (1-\sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1$

6. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $Y = \{y|y \text{는 정수}\}$  일 때, 함수  $f : X \rightarrow Y$ 를 다음과 같이 정의한다. 이 때,  $f$ 의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x > 0) \\ -x^2+1 & (x \leq 0) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$$

$$f(0) = 1$$

$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

따라서 치역은  $\{-3, 0, 1, 3, 4\}$ 이므로

$$\text{모든 원소의 합은 } (-3) + 0 + 1 + 3 + 4 = 5$$

7.  $X = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때,  $x \in X$ 인 임의의  $x$ 에 대한 다음의 대응 중에서 함수가 아닌 것은?

①  $x \rightarrow 1$

②  $x \rightarrow |x|$

③  $x \rightarrow x^2 + 1$

④  $x \rightarrow 2x$

⑤  $x \rightarrow x^2 + x + 1$

해설

④  $f(-1) = -2$  이므로 함숫값이 공역에 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

8. 두 집합  $X = \{-1, 1, 2\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것을 모두 고르면?

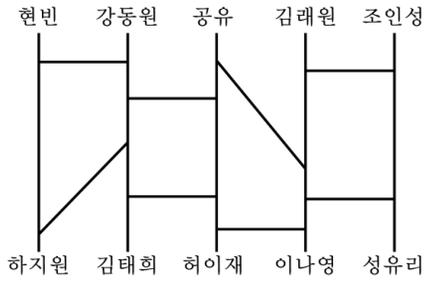
㉠ $f : x \rightarrow x$	㉡ $g : x \rightarrow x+2$
㉢ $h : x \rightarrow  x $	㉣ $k : x \rightarrow x^2 - 1$

- ㉠, ㉢      ② ㉠, ㉡, ㉢      ③ ㉡, ㉢, ㉣  
 ④ ㉠, ㉢, ㉣      ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

**해설**

㉠  $f(x) = x$  에서  $f(-1) = -1$  이고  $-1 \notin Y$  이므로, 함수가 아니다.  
 ㉡  $g(x) = x+2$  에서  $g(-1) = 1 \in Y$ ,  $g(1) = 3 \in Y$ ,  $g(2) = 4 \in Y$  이므로 함수이다.  
 ㉢  $h(x) = |x|$  에서  $h(-1) = 1 \in Y$ ,  $h(1) = 1 \in Y$ ,  $h(2) = 2 \in Y$  이므로 함수이다.  
 ㉣  $k(x) = x^2 - 1$  에서  $k(-1) = 0 \notin Y$ ,  $k(1) = 0 \notin Y$ ,  $k(2) = 3 \in Y$  이므로 함수가 아니다.

9. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



- ① 하지원                      ② 성유리                      ③ 이나영  
 ④ 허이재                      ⑤ 김태희

**해설**

일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

10. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$  에 대하여 다음 중  $X$  에서  $Y$  로의 함수가 아닌 것은 무엇인가?

- ①  $f(x) = 1 - x$                       ②  $f(x) = |x| + 1$   
 ③  $f(x) = x^2 + x + 1$               ④  $f(x) = x^3 + 2$   
 ⑤  $f(x) = |x^2 + x| + 1$

**해설**

각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

따라서 함수가 아닌 것은 ④ 이다.

11. 실수 전체의 집합을  $R$ 이라 할 때, 다음 중  $R$ 에서  $R$ 로의 함수가 될 수 없는 것은 무엇인가?

①  $y = 0$

②  $y = -x + 4$

③  $y = (x - 1)^2$

④  $x = y^2 + 4$

⑤  $y = x^3$

해설

4일 때,  $5 = y^2 + 4$ ,  $y^2 = 1$ 에서  $y = \pm 1$   
즉,  $x = 5$ 에 대응하는  $y$ 의 값이  
 $-1, 1$ 의 두 개이므로 함수가 될 수 없다.

12. 함수  $f(x) = ax^3 - bx + 10$  ( $a, b$  는 상수)에 대하여  $f(-7) = 5$  일 때,  $f(7)$  의 값을 구하면?

- ① 0      ② 5      ③ 10      ④ 15      ⑤ 20

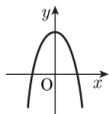
해설

$$f(-7) = -7^3a + 7a + 10 = 5 \text{ 에서, } 7^3a - 7a = 5$$

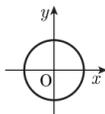
$$\therefore f(7) = 7^3a - 7a + 10 = 5 + 10 = 15$$

13. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

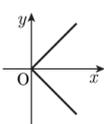
①



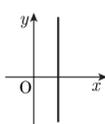
②



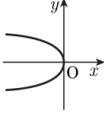
③



④



⑤

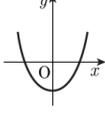


해설

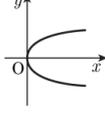
함수는 하나의  $x$ 값에 여러 개의  $y$ 값이 대응될 수 없다.

14. 다음 중에서 함수의 그래프가 아닌 것을 모두 고르면?

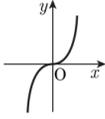
①



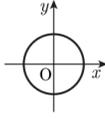
②



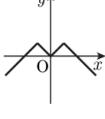
③



④



⑤

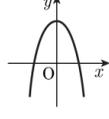


**해설**

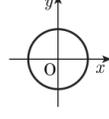
②, ④의 그래프는 하나의  $x$ 의 값에 대응되는  $y$ 가 2개 이상이므로 함수의 그래프가 아니다. ( $x$ 축에 수선을 그어서 한 점에서 만나면  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수)

15. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

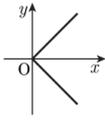
①



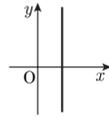
②



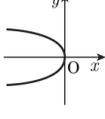
③



④



⑤



해설

함수는 하나의  $x$ 값에 여러 개의  $y$ 값이 대응될 수 없다.

16. 양의 정수 전체의 집합  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$ 를 다음과 같이 정의한다.  
 $f(x) = (x$ 의 약수의 개수) 이 때, 다음 중  $f(x) = 4$ 인  $x$ 가 될 수 있는  
것을 고르면?

- ① 5      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 24

해설

5의 약수 : 1, 5  $\Rightarrow f(5) = 2$   
9의 약수 : 1, 3, 9  $\Rightarrow f(9) = 3$   
12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12  $\Rightarrow f(12) = 6$   
15의 약수 : 1, 3, 5, 15  $\Rightarrow f(15) = 4$   
24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24  $\Rightarrow f(24) = 8$   
따라서 보기 중  $f(x) = 4$ 인 것은 15

17. 집합  $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 를  $f(x) = |x|$ 라 하자. 이때 함수  $f$ 의 치역의 부분집합의 개수는?

- ① 2개    ② 4개    ③ 6개    ④ 8개    ⑤ 16개

해설

$f(-1) = f(1) = 1, f(0) = 0, f(2) = 2$ 이므로 함수  $f$ 의 치역은  $\{0, 1, 2\}$ 이다.  
원소의 개수가 3인 집합의 부분집합은  $2^3 = 8$ (개)이다.

18.  $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ ,  $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$  일 때, 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가  $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3개    ② 4개    ③ 5개    ④ 6개    ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

19. 함수  $f(x)$  는 임의의 두 실수  $a, b$  에 대하여  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

①  $f(x) = |x|$

②  $f(x) = -x^2$

③  $f(x) = 3x$

④  $f(x) = 2x + 3$

⑤  $f(x) = x^3 + 3x$

해설

①  $f(a+b) = |a+b|$

$f(a) + f(b) = |a| + |b|$

이 때  $|a+b| \leq |a| + |b|$

②  $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$

$f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$

③  $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$

④  $f(a+b) = 2(a+b) + 3$

$f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$

⑤  $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$

$f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$

$= a^3 + b^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$

20. 임의의 두 양수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x) + f(y)$  이고  $f(3) = 1$  일 때,  $f(27)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = 3, y = 3$  일 때

$$f(9) = f(3 \cdot 3) = f(3) + f(3) = 1 + 1 = 2$$

$x = 9, y = 3$  일 때

$$f(27) = f(9 \cdot 3) = f(9) + f(3) = 2 + 1 = 3$$

21. 다항식  $f(x)$  가 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ ,  $f(1) = 1$  을 만족시킬 때,  $f(0) + f(2)$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

임의의 실수에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$  를 만족하므로

$x = 1, y = 1$  을 준식에 대입하면

$$1 = 1 \cdot 1 = f(1)f(1) = f(2) + f(0)$$

$$\therefore f(0) + f(2) = 1$$

22. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 임의의 양수  $a, b$ 에 대하여  $f(ab) = f(a) + f(b)$  인 관계를 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $f(1) = 1$   
 ②  $f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = 0$   
 ③  $f(a^2) = 2f(a)$   
 ④  $f(a^n) = nf(a)$   
 ⑤  $x > 1$  일 때,  $f(x) < 0$  이면  $f(x)$ 는 감소함수이다.

**해설**

①  $b = 1$  이라고 하면

$$f(a) = f(a \cdot 1) = f(a) + f(1)$$

$$\therefore f(1) = 0$$

②  $b = \frac{1}{a}$  이면  $0 = f(1) = f\left(a \cdot \frac{1}{a}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$

③  $b = a$  이면  $f(a^2) = f(a \cdot a) = f(a) + f(a) = 2f(a)$

④ ③에 의하여  $f(a^n) = f(a \cdot a \cdots a) = f(a) + f(a) + \cdots + f(a) = nf(a)$

⑤  $ab = x, a = y$  이면  $b = \frac{x}{y}$  이므로

$$f(x) - f(y) = f\left(\frac{x}{y}\right)$$

이 때,  $x > y$  이면  $\frac{x}{y} > 1$  이므로  $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

따라서  $f(x) < f(y)$  이므로  $f(x)$ 는 감소함수

23. 자연수의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가  $f(1) = 1$ 이고  $f(x+1) = f(x) + 4\sqrt{f(x)} + 4$ 가 성립할 때,  $f(6)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

$$\begin{aligned} f(x+1) &= f(x) + 4\sqrt{f(x)} + 4 = (\sqrt{f(x)} + 2)^2 \\ f(1) &= 1, f(2) = 3^2, f(3) = 5^2, \\ f(4) &= 7^2, f(5) = 9^2, f(6) = 11^2 = 121 \end{aligned}$$

24. 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  이고 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때,  $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식  $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1)+1) &= g(0) = f((-1)-1) \\ &= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$



26. 한 평면에 서로 다른  $n$  개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최솟값을  $f(n)$ , 최댓값을  $g(n)$  이라 하자. 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

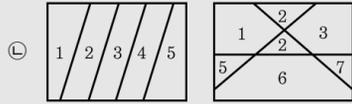
- ㉠  $f(2) = 3, g(2) = 4$  이다.  
 ㉡ 모든  $n$  에 대하여  $f(n) = n + 1$  이다.  
 ㉢ 모든  $n$  에 대하여  $g(n) \leq f(n + 1)$  이다.

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉠, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설



위의 그림에서  $f(2) = 3, g(2) = 4$  이다. (참)



한 평면에서 서로 다른  $n$  개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수가 최소가 되는 것은  $n$  개의 직선이 평행일 때이다.  
 즉,  $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, \dots$  이므로  $f(n) = n + 1$  (참)  
 ㉢ [반례]  $f(4) = 5, g(3) = 7$  이므로  $g(3) > f(4)$  이다. (거짓)  
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

27. 자연수에서 정의된 함수  $f$  가 임의의 자연수  $n$  에 대하여 관계식  $f(n+2) = f(n+1) + f(n)$  을 만족할 때, 다음 중  $2f(4) + 3f(5)$  와 함숫값이 같은 것은? (단,  $f(1) \neq 0$ )

- ①  $2f(6)$     ②  $2f(7)$     ③  $f(7)$     ④  $f(8)$     ⑤  $f(9)$

**해설**

주어진 관계식  $f(n+2) = (n+1)+f(n)$  을 이용하여  $f(4)+f(5) = f(6)$  이므로

$$2f(4) + 3f(5) = f(4) + f(5) + f(4) + f(5) + f(5)$$

$$= f(6) + f(6) + f(5)$$

또  $f(5) + f(6) = f(7), f(6) + f(7) = f(8)$  이므로

$$2f(4) + 3f(5) = f(6) + f(7) = f(8) \text{ 이다.}$$

28. 모든 실수  $x, y$  에 대하여  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  를 만족하는 함수  $f(x)$  가 있다.  $f(1) = 2$  일 때,  $f(30)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

식  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  에서  
 $x = 1, y = 1$  을 대입하면  
 $f(2) = f(1+1) = f(1) + f(1) = 2f(1)$   
 $f(3) = f(2+1) = f(2) + f(1) = 3f(1)$   
 $f(4) = f(3+1) = f(3) + f(1) = 4f(1)$  이다.  
 $\vdots$   
 $f(n-1) = (n-1)f(1)$  이라 놓으면  
 $f(n) = f((n-1)+1) = f(n-1) + f(1) = nf(1)$   
따라서  $f(30) = 30f(1) = 30 \cdot 2 = 60$  이다.