

1. $\sum_{k=1}^{10} (11-k)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 55

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} (11-k) &= 10 + 9 + 8 + \cdots + 2 + 1 \\ &= \sum_{k=1}^{10} k = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55\end{aligned}$$

2. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

- ① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left(\frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \sum_{j=1}^{10} j \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) = 385 \end{aligned}$$

3. $\sum_{k=1}^{10} \log \frac{k+2}{k}$ 의 값은?

- ① $\log 45$ ② $\log 50$ ③ $\log 55$ ④ $\log 60$ ⑤ $\log 66$

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{10} \log \frac{k+2}{k} \\ &= \log \frac{3}{1} + \log \frac{4}{2} + \log \frac{5}{3} + \cdots + \log \frac{11}{9} + \log \frac{12}{10} \\ &= \log \left(\frac{3}{1} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdots \frac{11}{9} \cdot \frac{12}{10} \right) \\ &= \log \frac{11 \cdot 12}{1 \cdot 2} = \log 66 \end{aligned}$$

4. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 8n^2 + 10n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 250

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} a_k &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10} \\ &= (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \cdots + (a_9 + a_{10}) \\ &= \sum_{k=1}^5 (a_{2k-1} + a_{2k}) \\ &= 8 \times 5^2 + 10 \times 5 = 250\end{aligned}$$

5. $1 \cdot 20 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + \cdots + 20 \cdot 1$ 의 값은?

① 442

② 882

③ 1540

④ 3080

⑤ 3528

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sum_{k=1}^{20} k(21-k) \\&= 21 \sum_{k=1}^{20} k - \sum_{k=1}^{20} k^2 \\&= 21 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} - \frac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} = 1540\end{aligned}$$

6. 첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 $a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 를 만족시킬 때, b_{27} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 $d(d \neq 0)$ 라 하면

$$a_n = (n-1)d$$

$$a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{에서 } nd \cdot b_n = \sum_{k=1}^n (k-1)d$$

$$nd \cdot b_n = d \left\{ \frac{n(n+1)}{2} - n \right\}, \quad b_n = \frac{n+1}{2} - 1 = \frac{n-1}{2}$$

$$b_{27} = \frac{27-1}{2} = 13$$

7. 수열 $1, -2, 3, -4, 5, \dots, (-1)^{n-1}n, \dots$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_{100} + S_{25}$ 의 값은?

① -37 ② -65 ③ 37 ④ 65 ⑤ 129

해설

$$\begin{aligned} S_2 &= -1 \\ S_4 &= (-1) + (-1) = (-1) \cdot 2 \\ S_6 &= (-1) + (-1) + (-1) = (-1) \cdot 3 \\ \therefore S_{2n} &= (-1) \cdot n \\ \therefore S_{100} &= (-1) \cdot 50 = -50 \\ S_1 &= 1 \\ S_3 &= 1 + 1 = 1 \cdot 2 \\ S_5 &= 1 + 1 + 1 = 1 \cdot 3 \\ \therefore S_{2n-1} &= 1 \cdot n = n \\ \therefore S_{25} &= 13 \\ \therefore S_{100} + S_{25} &= -50 + 13 = -37 \end{aligned}$$