

1. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ x 에 관한 이차방정식이다.

2. 이차방정식 $x^2 + x + 3k = 0 (k \neq 0)$ 의 한 근이 k 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 식에 k 를 대입하면
 $k^2 + k + 3k = 0, k^2 + 4k = 0$
 $k(k + 4) = 0$
 $\therefore k = -4 (k \neq 0)$

3. $(x+2)(x-5) = 0$ 이 참이 되게 하는 x 의 값들의 합을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=5$$

$$\therefore -2+5=3$$

4. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

5. 이차방정식 $2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, 다른 한 근은?

① $x = -\frac{5}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x = -\frac{1}{2}$

④ $x = -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \frac{5}{2}$

해설

$2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 7 + a = 0, a = 5$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$ 이다.

6. 두 이차방정식 $2x^2 + x + a = 0$, $4x^2 + bx - 18 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$x = 3$ 을 대입하면

$$2 \times 3^2 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -21$$

$$4 \times 3^2 + 3b - 18 = 0 \quad \therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = -21 - 6 = -27$$

7. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀면?

① $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ ② $x = \frac{2 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

④ $x = \frac{4 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -2 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

8. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \text{ 이므로}$$

$(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

9. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.
- ② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다
- ③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.
- ④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다
- ⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

10. 이차방정식 $x^2 + (-m+3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 $4, 6$ 이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

11. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} m+n &= 4, mn = 1 \\ m^2+n^2 &= (m+n)^2 - 2mn = 16 - 2 = 14 \\ \therefore \frac{n}{m} + \frac{m}{n} &= \frac{m^2+n^2}{mn} = 14 \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 일 때, 이차방정식 $px^2 + qx + 2 = 0$ 의 두 근의 합은?
(단, p, q 는 상수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 에서
두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$

$$2 + (-1) = -\frac{p}{2}, \quad 2 \times (-1) = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -2, \quad q = -4$$

이차방정식 $-2x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서

$$\text{두 근의 합은 } -\frac{(-4)}{(-2)} = -2$$

13. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

14. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5$, $-a = -2 + (-4) = -6$, $a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x+1)(x+5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x-1)(x-5) = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x+2)(x+4) = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x+1)(x+5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

15. 이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$
 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은
 $(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$
두 근의 곱은
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1$
 $= 7 - 5 + 1 = 3$
 $\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$
 $a = -3, b = 3$
 $\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$

16. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 78이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 78, n(n+1) = 156,$$

$$n^2 + n - 156 = 0,$$

$$(n+13)(n-12) = 0,$$

$$n = -13 \text{ 또는 } n = 12,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 12$ 이다.

17. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

(2, p)를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

(q , 2)를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1 \therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

(2, 8), (-1, 2)를 지나는 직선의 방정식은

(기울기) = $\frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$ 에 (2, 8)을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$ 이다.

18. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -\frac{5}{4}x^2$

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

19. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ $y = -3x^2$ 의 그래프와 x 축에 대해 대칭이다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

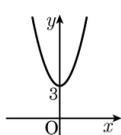
- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

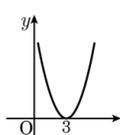
$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
 꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$, $a > 0$ 이면 아래로 볼록,
 $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭.
 ㉠ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
 이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 옳다.
 ㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로
 $x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.
 \therefore 옳지 않다.

20. 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 3$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

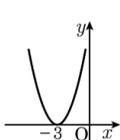
①



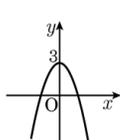
②



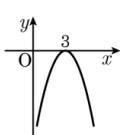
③



④



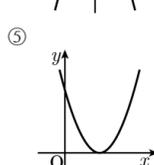
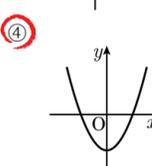
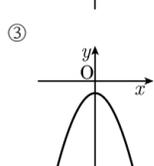
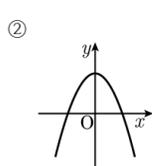
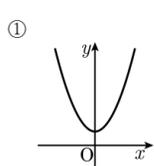
⑤



해설

축의 방정식은 $x = 0$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

21. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
 따라서 아래로 볼록이다.
 또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
 $q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
 따라서 답은 ④번이다.

22. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 이 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -5)$ 일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

y 축 대칭하면 $(-p, q) = (-3, -5)$

$\therefore p = 3, q = -5$

$y = a(x-3)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$0 = a(1-3)^2 - 5$

$\therefore a = \frac{5}{4}$

$\therefore apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$

23. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 그래프이다. $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

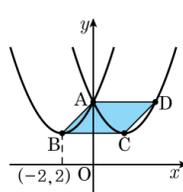
▷ 정답 : 3

해설

$$m = -3, n = -6$$

$$\therefore m - n = (-3) - (-6) = 3$$

24. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



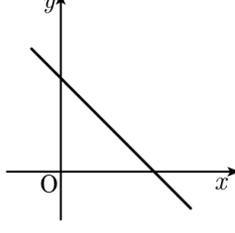
▶ 답:

▷ 정답: 8

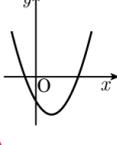
해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

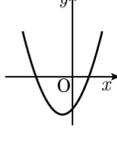
25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



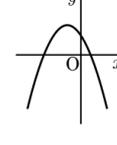
①



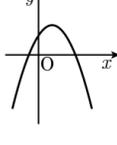
②



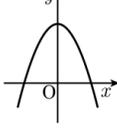
③



④



⑤



해설

기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼편에 있다.

26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$

② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$

④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

27. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x - 6$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4x - 6 \\ &= -2(x+1)^2 - 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 -4 를 갖는다.

28. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ 의 최댓값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$\therefore x = 2$$

즉, $x = 2$ 일 때, 최댓값 0

29. 이차함수 $y = -2x^2 - 6ax - \frac{43}{3}$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 최댓값이 b 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이고 최댓값이 b 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-3)^2 + b \\ &= -2(x^2 - 6x + 9) + b \\ &= -2x^2 - 6ax - \frac{43}{3} \end{aligned}$$

$$y = -2x^2 + 12x + b - 18 = -2x^2 - 6ax - \frac{43}{3} \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = \frac{11}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{5}{3}$$

30. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ㉠ $-\frac{7}{8}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{8}$ ㉣ 1 ㉤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8}$$

이다.