

1. 원 $x^2 + y^2 - 2kx + ky + 3k = 0$ 의 중심이 $(4, -2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 중심이 $(4, -2)$ 이므로

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20 - r^2 = 0 \quad \cdots \textcircled{7}$$

이때, 원 $\textcircled{7}$ 과 원 $x^2 + y^2 - 2kx + ky + 3k = 0$ 이 같으므로

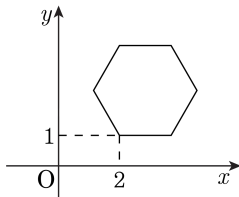
$$-2k = -8, \quad k = 4$$

$$3k = 20 - r^2$$

$$\therefore k = 4, \quad r = 2\sqrt{2} \quad (\because r > 0)$$

따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

2. 다음은 한 변의 길이가 2 인 정육각형을 직교 좌표평면 위에 올려놓은 것이다. 여섯 개의 꼭짓점 중 부등식 $x + 5y \geq 10$ 의 영역 안에 있는 점의 개수를 구하여라. (정육각형의 가장 아래 변은 x 축에 평행하고, $\sqrt{3} = 1.7$ 로 한다)



▶ 답:

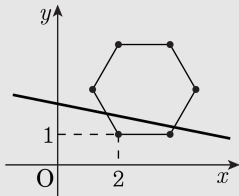
개

▷ 정답: 4개

해설

직선 $x + 5y = 10$ 은 x 절편이 10, y 절편이 2 이므로 아래 그림과 같이 그릴 수 있다.

따라서 직선의 위부분에 해당하는 꼭짓점의 개수는 4 (개) 이다.



3. 두 원 $x^2 + (y-1)^2 = 4$, $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$ 가 서로 내접할 때, 실수 a , b 사이의 관계식은?

① $a^2 + b^2 = 9$

② $(a-1)^2 + b^2 = 9$

③ $a^2 + (b-1)^2 = 9$

④ $(a-1)^2 + b^2 = 16$

⑤ $a^2 + (b-1)^2 = 16$

해설

두 원의 중심이 각각 $(0, 1)$, (a, b) 이므로

중심거리는 $\sqrt{a^2 + (b-1)^2}$

내접하면 중심거리가 두 원의 반지름의 길이의 차와 같으므로

$$\sqrt{a^2 + (b-1)^2} = 5 - 2$$

양변을 제곱하면 $a^2 + (b-1)^2 = 9$

4. 원 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형이 직선 $y = -x + 1$ 에 의하여 잘린 현의 길이를 구하면?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 3

해설

원 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 을 x 축에 대하여 대칭 이동시키면 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 가 된다.

이 원이 직선 $y = -x + 1$ 과 만나는 점은 $(-1, 2)$ 와 $(1, 0)$ 이다.

따라서 피타고라스의 정리에 의해 현의 길이를 구하면 $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 이다.

5. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$ 의 최댓값은?

① 4

② 5

③ 6

④ $1 + \sqrt{5}$

⑤ $2(1 + \sqrt{5})$

해설

$\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$ 은 두 점 (a, b) , $(3, 4)$ 사이의 거리이고 점 (a, b) 는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점이므로

$\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$ 의 값이 최대인 경우는 점 P 의 위치가 그림과 같을 때이다. 원의 중심 $(0, 0)$ 과 $(3, 4)$ 의 거리는 5 이므로 최댓값은 $5 + 1 = 6$

