

1. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}, \quad S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$$

이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

2. 재진이가 첫날에 1원, 둘째날에 2원, 셋째날에 4원, ... 과 같이 매일 전날의 2배씩 30일간 계속하여 모았을 때 그 총액은?

① $2^{30} - 2$ (원)

② $2^{30} - 1$ (원)

③ 2^{30} (원)

④ $2^{30} + 1$ (원)

⑤ $2^{30} + 2$ (원)

해설

첫째항이 1, 공비가 2인 등비수열이므로

$$S_{30} = \frac{1 \cdot (2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1(\text{원})$$

3. 수열 9, 99, 999, 9999, ... 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(10^n - 1) - n$

② $\frac{1}{9}(10^n - 1)$

③ $\frac{8}{9}(10^n - 1) - n$

④ $\frac{10}{9}(10^n - 1)$

⑤ $\frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

해설

$$9 = 10 - 1, 99 = 10^2 - 1, 999 = 10^3 - 1, \dots, \underbrace{99 \dots 9}_{n\text{개}} = 10^n - 1$$

이므로 구하는 합 S_n 은

$$\begin{aligned} S_n &= 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{n\text{개}} \\ &= (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots \\ &\quad + (10^n - 1) \\ &= (10 + 10^2 + \dots + 10^n) - n \\ &= \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \\ &= \frac{10}{9}(10^n - 1) - n \end{aligned}$$

4. 월초에 200만원짜리 컴퓨터를 구입한 다음, 다음 달 초부터 12개월간 일정한 금액의 할부금을 지불하기로 하였다. 월이율 1%의 1개월마다의 복리로 계산할 때, 매달 갚아야 할 금액은? (단, $(1.01)^{12} = 1.13$ 으로 계산하고, 십 원 단위에서 반올림한다.)

① 172400 원

② 173800 원

③ 175200 원

④ 176800 원

⑤ 177100 원

해설

$$(\text{갚아야 할 금액}) = 200 \text{ 만} \times 1.01^{12}$$

매달 갚는 금액을 a 원이라 하면

첫째달의 a 원은 11개월의 이자가 붙고,

둘째달의 a 원은 10개월의 이자가 붙고,

⋮

마지막달의 a 원은 0개월의 이자가 붙는다.

따라서 매달 갚는 금액의 원리합계는

첫째항이 a , 공비가 1.01인 등비수열의

12번째항까지의 합과 같다.

$$\therefore \frac{a(1.13 - 1)}{0.01} = \frac{0.13}{0.01} a$$

$$13a = 200 \text{ 만} \times 1.13$$

$$a = \frac{200 \times 1.13}{13} = 173846 \text{ 원}$$

십의 자리에서 반올림하면 173800 원

5. 광이가 첫째 날에 2원, 둘째 날에 6원, 셋째 날에 18원, ... 과 같이 매일 전날의 3배씩 30일 간 계속하여 모았을 때 그 총액은?

① $3^{30} - 2$ 원

② $3^{30} - 1$ 원

③ 3^{30} 원

④ $3^{30} + 1$ 원

⑤ $3^{30} + 2$ 원

해설

전날의 3배씩 모으므로 공비 $r = 3$

$$a = 2, r = 3$$

$$\therefore S_{30} = \frac{2 \cdot (3^{30} - 1)}{3 - 1} = 3^{30} - 1$$