

1. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

2. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

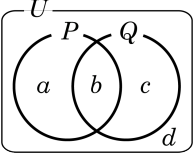
- ① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

3. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) ⇒ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

4. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$ P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

5. 명제 「 a, b 가 모두 정수이면 $a + b$ 와 $a - b$ 도 모두 정수이다.」의 역, 이, 대우 중 참 인 것을 모두 적으면?
- ① 역 ② 이 ③ 대우
④ 역, 이 ⑤ 역, 이, 대우

해설

주어진 명제 : a, b 가 모두 정수이면 $a + b$ 와 $a - b$ 도 모두 정수이다.(참)
역 : $a + b$ 와 $a - b$ 도 모두 정수이면 a, b 가 모두 정수이다.(거짓)
따라서 주어진 명제가 참이므로 그 대우가 참이 되고, 명제의 역이 거짓이므로 그 대우인 이도 거짓이다.

6. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.

$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

7. 다음 중 명제 ‘ x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.’의 이가 거짓임을 밝히기 위한 반례로 옳은 것은?

① $x = 0, y = 2$

② $x = 1, y = 2$

③ $x = 0, y = \sqrt{2}$

④ $x = 1, y = \sqrt{2}$

⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$

해설

‘ x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.’의 이는 ‘ x 또는 y 가 유리수가 아니면 xy 는 유리수가 아니다.’ 여기에서 가정을 성립시키면서 결론을 성립시키지 않는 것을 찾으면 된다.

즉, ③ $x = 0, y = \sqrt{2}$ 가 반례로 적당하다.

8. 명제 ' $|x-3| < a$ 이면 $1 < x < 7$ 이다.' 가 참이 되기 위한 양수 a 의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$-a < x-3 < a \Rightarrow 3-a < x < 3+a$$

$$\{x|3-a < x < 3+a\} \subset \{x|1 < x < 7\}$$

$\therefore 1 \leq 3-a$ 과 $3+a \leq 7$ 을 동시에 만족해야 한다.

$$\therefore a \leq 2$$

9. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

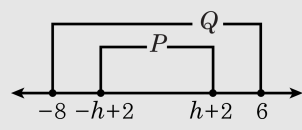
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \Leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \Leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$$\therefore n \text{의 최댓값은 } 4$$

10. 실수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 + a^2x - 6 \neq 0$ 이면 $x \neq 2$ 이다.'가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

즉, ' $x = 2$ 이면 $ax^2 + a^2x - 6 = 0$ 이다.'가 참이므로

$$4a + 2a^2 - 6 = 0, \quad 2a^2 + 4a - 6 = 0,$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0, \quad (a + 3)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 a 의 값의 합은 $-3 + 1 = -2$

11. 다음 중 명제의 역이 참인 것을 모두 고르면?

- ① x 가 소수이면 x 는 홀수이다.
- ② x 가 3의 배수이면 $x + 1$ 은 짝수이다.
- ③ 4 의 배수는 2 의 배수이다.
- ④ $2x > x + 3$ 이면 $x > 3$ 이다.
- ⑤ $x + y \leq 5$ 이면 $x \leq 2, y \leq 3$ 이다.

해설

‘역’의 대우인 ‘이’가 참인지 확인 한다.
① x 가 소수가 아니면 x 는 짝수이다 (거짓) 반례 : $x = 2$
② x 가 3 의 배수가 아니면 $x + 1$ 은 홀수이다. (거짓) 반례 : $x = 5$
③ 4의 배수가 아니면 2의 배수가 아니다 (거짓) 반례 : 6
④ $2x \leq x + 3 \rightarrow x \leq 3$ (참)
⑤ $x + y > 5 \rightarrow x > 2$ 또는 $y \geq 3$ (참)

12. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 는 각각 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \subset Q$
- ② $Q \subset R$
- ③ $P^c \subset R^c$
- ④ $P \subset Q^c$
- ⑤ $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$
 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $R \subset Q^c$
또, $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이다.
 $\therefore P^c \subset R^c$
따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

14. 세 조건 $p: 4 \leq x \leq 5$, $q: x \leq a$, $r: x \geq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최솟값을 m 이라 하고, r 이 p 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 b 의 최댓값을 n 이라 할 때, $m+n$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$p \Rightarrow q$ 이면 $P \subset Q$ 이므로 $a \geq 5$

$\therefore m = 5$

$p \Rightarrow r$ 이면 $P \subset R$ 이므로 $b \leq 4$

$\therefore n = 4$

$\therefore m+n = 9$

15. $x \geq a$ 가 $x^2 - 4 < 0$ 의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$ 가 $-2 < x < 2$ 의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2 이다.

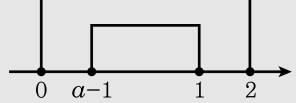
16. $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a - 1 \leq x \leq 1$ 이고, 필요조건이 $b + 3 \leq x \leq 3$ 이다. a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m + M = -2$

해설

$0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a - 1 \leq x \leq 1$ 이므로
 $\{x \mid a - 1 \leq x \leq 1\} \subset \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$



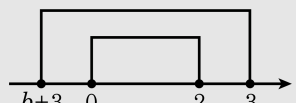
위의 그림에서 $0 \leq a - 1 \leq 1$

$\therefore 1 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉠}$

또, $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 필요조건이

$b + 3 \leq x \leq 3$ 이므로

$\{x \mid 0 \leq x \leq 2\} \subset \{x \mid b + 3 \leq x \leq 3\}$



위의 그림에서 $b + 3 \leq 0$

$\therefore b \leq -3 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ 에서 a 의 최솟값 $m = 1$,

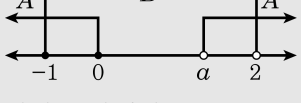
$\textcircled{㉡}$ 에서 b 의 최댓값 $M = -3$

$\therefore m + M = 1 + (-3) = -2$

18. 실수 전체의 집합 R 의 두 부분집합 $A = \{x|0 < x \leq a\}$, $B = \{x|-1 \leq x < 2\}$ 가 $A^c \cup B = R$ 를 만족할 때, a 의 값의 범위를 구하면? (단, $A \neq \emptyset$)
- ① $0 \leq a < 2$ ② $0 < a \leq 2$ ③ $0 \leq a \leq 2$
④ $0 < a < 2$ ⑤ $-1 \leq a < 5$

해설

$A \neq \emptyset$ 이므로, $a > 0$ 또 $A^c = \{x|x \leq 0 \text{ 또는 } x > a\}$



위의 그림에서 $A^c \cup B = R$ 가 되려면, $0 < a < 2$

해설

$A^c \cup B = R \Leftrightarrow A \subset B$ 임을 이용하여 구할 수 있다.

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 다음과 같다.

$$p : (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$$
$$q : A = B$$
$$r : A \cup B = B$$

이 때, 조건 p 는 조건 q 이기 위한 $\textcircled{\tiny 1}$ 조건이고, 조건 q 는 조건 r 이기 위한 $\textcircled{\tiny 2}$ 조건이다. $\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}$ 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① 필요, 충분

② 필요충분, 필요

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 충분

⑤ 충분, 필요

해설

$$(A - B) \cup (B - A) = \emptyset \Leftrightarrow A - B = \emptyset, B - A = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B, B \subset A$$
$$\Leftrightarrow A = B \therefore p \Leftrightarrow q \text{ 이므로}$$

$\textcircled{\tiny 1}$: 필요충분조건

$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B$ 이고 $A = B \Rightarrow A \subset B$ (역은 성립하지 않는다.)

$\therefore q \Rightarrow r$ 이므로 $\textcircled{\tiny 2}$: 충분조건

20. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim q$ 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P^c \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $Q - P = \phi$

④ $P - Q = P$

⑤ $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면, $P \subset Q^c$ 이다.
즉, $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$