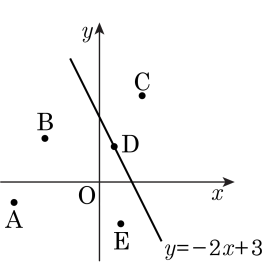


1. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 직선 $y = -2x + 3$ 과 다섯 개의 점 A, B, C, D, E 가 있다. 이 중에서 부등식 $y \leq -2x + 3$ 을 만족하는 영역에 속하는 점의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개



해설

부등식 $y \leq -2x + 3$ 을 만족하는 영역은
직선 $y = -2x + 3$ 의 경계를 포함한 아래쪽 부분이다.
경계에 있는 점이 D이고,
아래쪽에 있는 점이 A, B, E이므로,
부등식을 만족하는 영역에 속하는 점의 개수는 4개이다.

2. 다음 보기 중 부등식 $(x + y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$ 이 나타내는 영역에 속하지 않는 점의 개수는?

- ㉠ $(-3, 3)$
- ㉡ $(-2, -2)$
- ㉢ $(1, 1)$
- ㉣ $(\sqrt{3}, 1)$
- ㉤ $(3, -2)$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각 점을 부등식에 대입해서 부등식이 성립하지 않는 점의 개수를 찾으면 된다.

㉠ $(-3, 3)$ 을 $(x + y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$ 에 대입하면, $(-3 + 3) \{(-3)^2 + 3^2 - 4\} = 0 \leq 0$
부등식이 성립하므로 점 $(-3, 3)$ 은
주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉡ $\{-2 + (-2)\} \{(-2)^2 + (-2)^2 - 4\} = -16 \leq 0$
따라서 나타내는 그 영역에 속한다.

㉢ $(1 + 1) (1^2 + 1^2 - 4) = -4 \leq 0$
따라서 점 $(1, 1)$ 은
주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉣ $(\sqrt{3} + 1) \{(\sqrt{3})^2 + 1^2 - 4\} = 0 \leq 0$

따라서 점 $(\sqrt{3}, 1)$ 은
주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

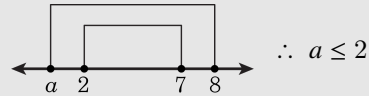
㉤ $\{3 + (-2)\} \{3^2 + (-2)^2 - 4\} = 9 > 0$
따라서 점 $(3, -2)$ 는
부등식이 성립하지 않으므로 속하지 않는다.

3. $2 \leq x \leq 7$ 을 만족하는 모든 (x, y) 가 $a \leq x \leq 8$ 를 만족한다고 할 때, 상수 a 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

다음 그림과 같아야 한다.



그러므로 a 의 최댓값은 2이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ (x-2)^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 넓이는?

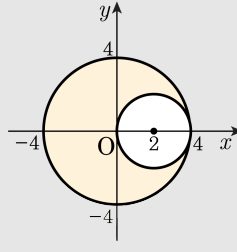
① 9π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 20π

해설

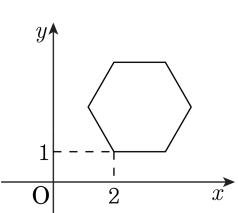
$x^2 + y^2 \leq 16$ 은 중심이 원점이고
반지름이 4인 원의 내부이고,
 $(x-2)^2 + y^2 \geq 4$ 는 중심이 (2, 0) 이고
반지름이 2인 원의 외부이다.

동시에 만족하는 영역을 그림으로 나타
내면 다음과 같다. 따라서 구하는 영역
의 넓이는

$$\pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 12\pi$$



5. 다음은 한 변의 길이가 2 인 정육각형을 직교 좌표평면 위에 올려놓은 것이다. 여섯 개의 꼭짓점 중 부등식 $x + 5y \geq 10$ 의 영역 안에 있는 점의 개수를 구하여라. (정육각형의 가장 아래 변은 x 축에 평행하고, $\sqrt{3} = 1.7$ 로 한다)

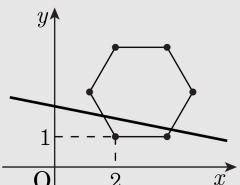


▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

직선 $x + 5y = 10$ 은 x 절편이 10, y 절편이 2 이므로 아래 그림과 같이 그릴 수 있다.
따라서 직선의 위부분에 해당하는 꼭짓점의 개수는 4 (개) 이다.



6. 부등식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y < 0$ 이 속하지 않는 사분면을 구하면?

① 1사분면

② 2사분면

③ 3사분면

④ 4사분면

⑤ 없다

해설

$x^2 + y^2 - 2x + 4y < 0$ 은 중심이 $(1, -2)$ 이고 반지름이 $\sqrt{5}$ 인
원의 내부이므로 1, 3, 4사분면을 지난다.

따라서 지나지 않는 사분면은 2사분면이다.

7. 점 $(k, -2)$ 이 부등식 $x^2 + y^2 \leq 9$ 의 영역 안에 있을때 k 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ 5 ⑤ 6

해설

점 $(k, -2)$ 가
부등식 $x^2 + y^2 \leq 9$ 을 만족하여야 하므로,
 $k^2 + (-2)^2 \leq 9, k^2 \leq 5$
 $\therefore -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$
따라서 최댓값과 최솟값의 차는 $2\sqrt{5}$ 이다.

8. 부등식 $y \leq -x^2 + 4$ 를 만족시키는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$ 의 경계를 포함한
아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $P(x, y)$ 중 x, y 가 모두 양의
정수인 것은

(i) $x = 1$ 일 때

$$y \leq -1^2 + 4 = 3 \text{ 이므로 } y = 1, 2, 3$$

(ii) $x = 2$ 일 때

$$y \leq -2^2 + 4 = 0$$

즉, 양의 정수 y 는 존재하지 않는다.

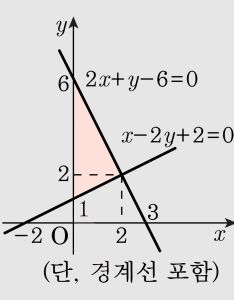
따라서 x, y 가 모두 양의 정수인 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ 의 3개이다.

9. 세 부등식 $x \geq 0, x - 2y + 2 \leq 0, 2x + y - 6 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

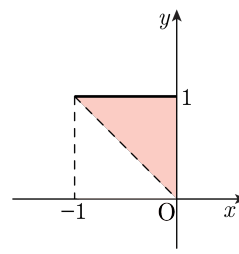
해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다.
이 때, 두 직선 $x - 2y + 2 = 0, 2x + y - 6 = 0$ 의 교점은 점 $(2, 2)$ 이므로 어두운 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$



10. x, y 의 영역이 다음 그림과 같이 주어졌을 때, $x^2 + y^2$ 의 값의 최댓값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ 3



해설

$x^2 + y^2 = k$ 라 하면,
 k 값은 점 $(0, 0)$ 을 중심으로 하는 원의 반지름의 길이를 제공한 것이므로
점 $(-1, 1)$ 을 지날 때, k 값이 최대이다.
따라서 k 의 값의 최댓값은 $(-1)^2 + 1^2 = 2$

11. 두 부등식 $|x-1| \leq 2$, $|y-2| \leq 3$ 을 동시에 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최댓값은?

① 24

② 25

③ 29

④ 32

⑤ 34

해설

$$-2 \leq x-1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

$$-3 \leq y-2 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq y \leq 5$$

$\therefore x^2 + y^2$ 의 최댓값은 $x=3, y=5$ 일 때 이다.

$$x^2 + y^2 = 34$$

12. 부등식 $y \geq (x-2)^2 + k$ 의 영역이 부등식 $y \geq -x+4$ 의 영역에 포함 되도록 하는 k 의 최솟값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

포물선과 직선이 접하거나 만나지 않을 때이다.

$$-x+4 = (x-2)^2 + k, \quad \therefore x^2 - 3x + k = 0$$

$$D = 9 - 4k \leq 0 \quad \therefore k \geq \frac{9}{4}$$

13. 부등식 $y^2 \leq x^2 \leq 4 - y^2$ 을 만족하는 영역의 넓이는?

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ π ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

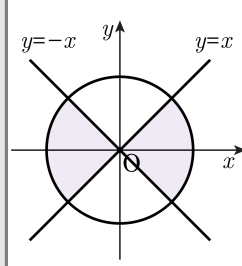
해설

$$y^2 \leq x^2 \leq 4 - y^2$$

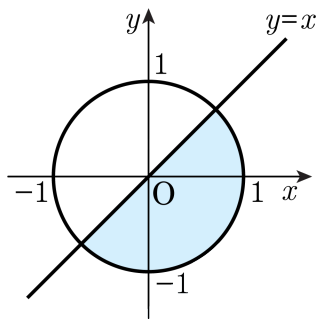
$$\begin{cases} y^2 \leq x^2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 \leq 4 - y^2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②의 연립부등식의 영역을 그려보면,
다음 그림과 같고 $y = x$ 기울기의 각이 45° 이므로 영역의 넓이는

$$\therefore 2 \times \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360} = 2\pi$$



14. 다음 중 그림의 빗금친 부분을 나타내는 부등식은? (단, 경계선 포함)



① $\begin{cases} y \geq x \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$

② $\begin{cases} y \leq x \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} y \geq x \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

④ $(x-y)(x^2+y^2-1) \leq 0$

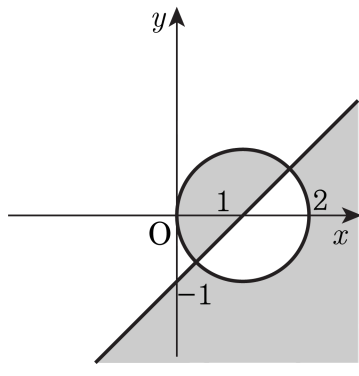
⑤ $(x-y)(x^2+y^2-1) \geq 0$

해설

$x^2 + y^2 = 1$ 의 내부와 $y = x$ 의 아랫부분이므로

$$\begin{cases} y \leq x \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

15. 다음 색칠한 부분의 영역을 부등식으로 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선 포함)



- ① $(x^2 + y^2 - 2y)(x - y - 1) \leq 0$
 ② $(x^2 + y^2 - 2y)(x - y - 1) \geq 0$
 ③ $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1) \leq 0$
 ④ $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1) \geq 0$
 ⑤ $(x^2 + y^2)(x - y - 1) \geq 0$

해설

$x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x - y - 1 = 0$ 가 주어진 영역의 경계를 나타내고, 주어진 영역속의 점 $(3, 0)$ 을 $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1)$ 에 대입하면 0보다 크므로 구하고자 하는 식은 $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1) \geq 0$ 이다.

16. 좌표평면위의 동점 $P(x, y)$ 가 세 개의 부등식 $1 \leq x \leq 3$, $1 \leq y \leq 3$, $x + y \leq 4$ 를 만족시킬 때 $\frac{y+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ 3

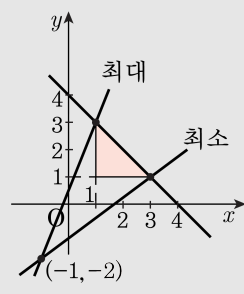
해설

$$\frac{y+2}{x+1} = k \text{라 하면 } y+2 = k(x+1)$$

이것은 점 $(-1, -2)$ 를 지나는 직선이고

k 는 $(1, 3)$ 을 지날 때 최대이고 $(3, 1)$ 을 지날 때 최소이므로

다음 그림과 같다.

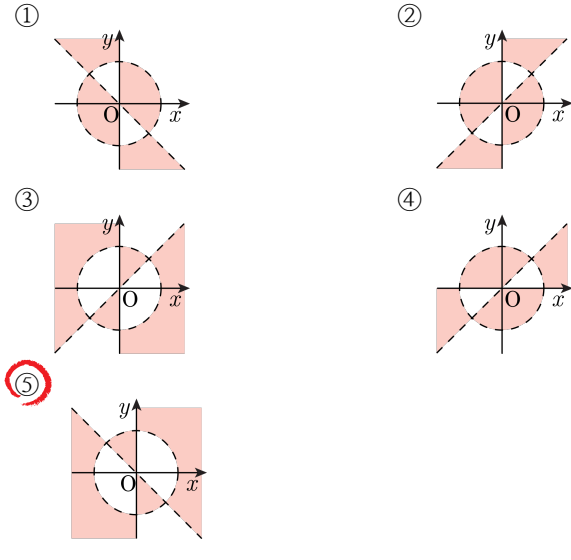


$$\text{구하는 범위는 } \frac{3}{4} \leq k \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{따라서, 최댓값은 } \frac{5}{2}, \text{ 최솟값은 } \frac{3}{4}$$

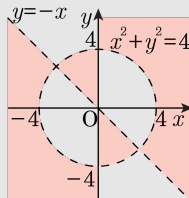
$$\therefore \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$$

17. 부등식 $x(x+y)(x^2+y^2-4) > 0$ 를 만족하는 영역을 좌표평면 위에 나타내면? (단, 경계선 제외)



해설

$x = 0$, $x + y = 0$, $x^2 + y^2 = 4$ 의 그래프를 모두 그리고 각각의 영역의 경계선 위에 있지 않은 한 점 $(5, 0)$ 을 부등식에 대입하면 $5 \cdot (5 + 0) \cdot (5^2 + 0^2 + 4) > 0$ 으로 부등식을 만족한다. 따라서 그림과 같이 점 $(5, 0)$ 을 포함하는 영역과 이 영역과 인접하지 않은 영역이 부등식을 만족한다.

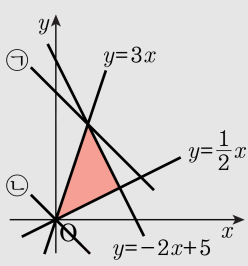


18. x, y 가 세 부등식 $2y \geq x, y \leq 3x, 2x + y \leq 5$ 를 동시에 만족할 때, $x + y$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x + y = k$ 라 하면,
 $y = -x + k$ 이므로
 y 절편의 최대, 최소를 찾는다.
빛금 친 영역을 지나야 하므로,
㉠일 때가 최대, ㉡일 때가 최소이다
㉠ : $y = 3x$ 와 $y = -2x + 5$ 의 교점
 $(1, 3)$ 을 지나므로 $k = 4$
㉡ : $(0, 0)$ 을 지나므로 $k = 0$
 $\therefore$ 최댓값과 최솟값의 합은 $0 + 4 = 4$



19. 점 (x, y) 가 원 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 8$ 의 둘레를 움직일 때, $\frac{y-1}{x}$ 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

구하고자 하는 값을 $\frac{y-1}{x} = k$ 라 놓으면,

$$y = kx + 1,$$

원의 중심 $(3, 1)$ 에서 직선 $kx - y + 1 = 0$ 에 이르는 거리를 d 라 하면,

$$d = \frac{|3k - 1 + 1|}{\sqrt{k^2 + 1^2}} \leq 2\sqrt{2}$$

$$|3k| \leq 2\sqrt{2}\sqrt{k^2 + 1}, \quad 9k^2 \leq 8k^2 + 8$$

$$\therefore -2\sqrt{2} \leq k \leq 2\sqrt{2}$$

20. 아래 표는 식품A 1kg 과 식품B 1kg 에 들어 있는 단백질과 철분의 양을 나타낸 것이다.

	단백질 (g)	철분 (mg)
식품A	300	12
식품B	200	36

어떤 사람이 하루에 섭취해야 하는 영양소 중 단백질과 철분의 양은 각각 100g, 12mg 이라 한다. 식품 A 는 1kg 에 2000 원, 식품 B 는 1kg 에 2500 원일 때, 이 사람이 식품 A 와 식품 B 만으로 하루에 필요한 단백질과 철분을 섭취하는데 드는 최소비용은?

- ① 1000 원
- ② 1200 원
- ③ 1250 원
- ④ 1500 원
- ⑤ 2000 원

해설

식품 A 의 양을 x kg, 식품 B 의 양을 y kg라 하면 단백질과 철분의 양은 각각 $300x + 200y$, $12x + 36y$ 이다.
따라서 주어진 조건에 의해 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 이고,

$$\begin{cases} 300x + 200y \geq 100 \\ 12x + 36y \geq 12 \end{cases}$$

$2000x + 2500y = k$ 라 놓으면
다음그림에서 두 직선의 교점을 지날 때,
최소가 된다.
교점의 좌표는 $(\frac{1}{7}, \frac{2}{7})$ 이므로 최소비용은 1000 원이다.