1. 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 한 근이 $1-\sqrt{5}$일 때 a의 값을 구하면?

① -6　② -4　③ -2　④ 0　⑤ 2

해설

$x^2-2x+a=0$에 $1-\sqrt{5}$를 대입하면

$(1-\sqrt{5})^2-2(1-\sqrt{5})+a=0$

$1-2\sqrt{5}+5-2+2\sqrt{5}+a=0$

$\therefore\ a=-4$

2. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b - ab$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $-\frac{8}{3}$ ④ -1 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$3x^2 - 4x - 4 = 0$

$(3x + 2)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 2$

$a + b - ab = -\frac{2}{3} + 2 - \left(-\frac{2}{3} \times 2\right) = \frac{8}{3}$

3. 다음 중 중근을 갖는 이차방정식을 모두 고르면?

① $x^2-3x+2=0$ ② $2(x-5)^2-3=-3$

③ $x^2-2x+1=x^2$ ④ $x^2=2x$

⑤ $2x^2-12x+18=0$

해설

(완전제곱식)$=0$의 꼴일 때 중근을 갖는다.

② $(x-5)^2=0$

⑤ $(x-3)^2=0$

4. 이차방정식 $-3(x+b)^2=0$ 의 근의 개수가 m 개이고 근이 $m+2$ 일 때, b 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$-3(x+b)^2=0$ 은 $x=-b$ 의 중근이므로 근의 개수 $m=1$ 이다.
근이 $m+2=1+2=3$ 이므로 $b=-3$ 이다.

5. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\dfrac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

④ $\dfrac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$

$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$

$3(x-1)^2 = 8$

$\therefore x = 1 \pm \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

6. 다음과 같은 방정식에서 $2y-3x$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -y$)

$$\frac{3(x+1)^2-2(1-y)^2}{2(x+1)(1-y)}=\frac{1}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x+1=X,\ 1-y=Y$ 로 치환하면
$3X^2-XY-2Y^2=0$
$(3X+2Y)(X-Y)=0$
ⅰ) X = Y 일 때
$x+1=1-y$
$x=-y$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
ⅱ) 3X = −2Y 일 때
$3(x+1)=-2(1-y)$
$3x-2y=-5$
$\therefore\ 2y-3x=-(-5)=5$

7. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1-a^2) = 4(1+a)(1-a)$
① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.
② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$
④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.
⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

8. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -2$

$$\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1} = \frac{\beta(\beta+1) + \alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$$

$$= \frac{\beta^2 + \beta + \alpha^2 + \alpha}{\alpha + \beta + \alpha\beta + 1}$$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{(\alpha+\beta) + \alpha\beta + 1}$$

$$= \frac{2^2 - 2 \times (-2) + 2}{2 - 2 + 1} = 10$$

9. 다음 이차방정식 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\frac{\alpha^2+\beta}{\alpha}+\frac{\beta^2+\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하면?

$x^2+4x+1=0$

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-4,\ \alpha\beta=1$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-4)^2-2\times1=14$

$$\therefore \frac{\alpha^2+\beta}{\alpha}+\frac{\beta^2+\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2\beta+\beta^2+\alpha\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)+\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{1\times(-4)+14}{1}$$

$$=10$$

10. 이차방정식 $3x^2 + ax + 6b = 0$ 의 해가 $x = 2\sqrt{3} + 3$ 일 때, 다른 해를 $x = c$ 라 하자. 이때, $ab - c$ 의 값은? (단, a , b 는 유리수)

① $8 + 4\sqrt{2}$ ② $16 + 2\sqrt{3}$ ③ $16 + 3\sqrt{3}$

④ $24 + 2\sqrt{3}$ ⑤ $24 + 3\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서 $c = -2\sqrt{3} + 3$

$-\frac{a}{3} = (2\sqrt{3} + 3) + (-2\sqrt{3} + 3) = 6$, $a = -18$

$\frac{6b}{3} = (2\sqrt{3} + 3) \times (-2\sqrt{3} + 3) = -3$, $b = -\frac{3}{2}$

$\therefore ab - c = (-18) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-2\sqrt{3} + 3)$

$= 27 + 2\sqrt{3} - 3$

$= 24 + 2\sqrt{3}$

11. 두 근의 차가 4 인 이차방정식 $x^2 + 2kx + 2k - 3 = 0$ 이 있을 때, 모든 k 의 값의 곱은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

두 근을 α , $\alpha - 4$ 이라 하면

$\alpha + \alpha - 4 = -2k$, $\alpha(\alpha - 4) = 2k - 3$

$\alpha = 2 - k$

$(2 - k)(2 - k - 4) = 2k - 3$

$k^2 - 2k - 1 = 0$

$\therefore$ 모든 k 값의 곱은 -1 이다.

12. x^2의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$3(x-1)(x-2)=0$에서 $3x^2-9x+6=0 \cdots$㉠

$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0$에서 $3x^2-11x-4=0 \cdots$㉡

㉠에서 x의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$

$\therefore x=3$또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 큰 근은 $x=3$이다.

13. 한 근이 $5-2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 92

해설

다른 한 근이 $5+2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) $=10$, (두 근의 곱) $=13$
따라서 $4(x^2-10x+13)=0$ 이므로
$4x^2-40x+52=0$ 이다.
따라서 $b=-40, c=52$, $c-b=92$

14. $a\%$ 소금물 300g 에서 $(a+3)$g 을 퍼낸 다음 같은 양의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 16.4% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 15 g

해설

처음 소금의 양 : $\frac{a}{100} \times 300 = 3a$ (g)

퍼낸 소금물 $(a+3)$g 의 소금의 양 :

$(a+3) \times \frac{a}{100} = \frac{a^2+3a}{100}$ (g)

농도 16.4% 의 소금의 양 :

$\frac{16.4}{100} \times 300 = 49.2$ (g)

$3a - \frac{a^2+3a}{100} + a + 3 = 49.2$

$\frac{a^2+3a}{100} - 4a + 46.2 = 0$

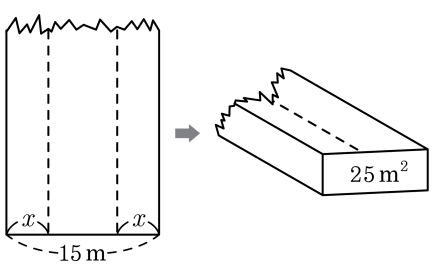
$a^2 - 397a + 4620 = 0$

$(a-385)(a-12) = 0$

$a \leq 100$ 이므로 $a = 12$(g)

퍼낸 소금물의 양 : $12 + 3 = 15$ (g)

15. 다음 그림과 같이 너비가 15 m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 $25\,\mathrm{m}^2$ 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



① $2x^2 - 25x + 15 = 0$
② $2x^2 - 15x - 25 = 0$
③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$
④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$
⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$(15 - 2x)x = 25$
$\therefore\ 2x^2 - 15x + 25 = 0$

16. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$

㉣ $(-4, -32)$ ㉤ $(4, -2)$

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉣ ③ ㉡,㉣ ④ ㉢,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
$\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉣ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

17. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y축이다.

④ $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

해설

① y의 값의 범위는 $y \leq 0$
② 위로 볼록하다.
④ $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

18. 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

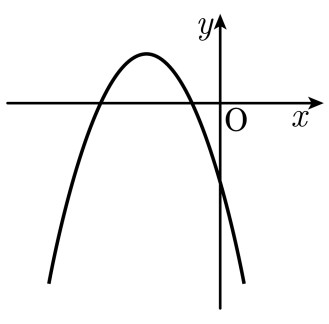
① $y = -3x^2 + 5$ ② $y = 3x^2 - 5$ ③ $y = -3x^2 - 5$

④ $y = 3x^2$ ⑤ $y = 3x^2 + 10$

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$ 이다.

19. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?



① a ② p ③ q

④ $ap^2 + q$ ⑤ aq

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.
① 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
② 꼭짓점 $(p,\ q)$ 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0$
③ 꼭짓점 $(p,\ q)$ 가 제 2 사분면에 있으므로 $q > 0$
④ y 절편이 음수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $aq^2 + q < 0$
⑤ $aq < 0$

20. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 꼭짓점이 $(2,\ 5)$ 이었다. $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

평행이동시킨 그래프의 식이 $y = (x-2)^2 + 5$ 이므로 처음 식은

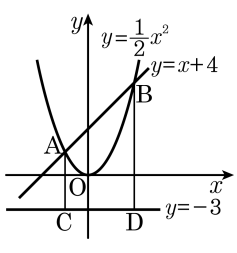
$y = (x - 2 + 1)^2 + 5 - 3$

$= (x-1)^2 + 2$

$= x^2 - 2x + 3$

$\therefore\ m = -2,\ n = 3,\ m + n = -2 + 3 = 1$

21. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x+4$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -3$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$\frac{1}{2}x^2 = x+4$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x-4)(x+2) = 0$

$x = -2$ 또는 $x = 4$

A$(-2,\ 2)$, B$(4,\ 8)$ 이므로 $\overline{CA} = 5$, $\overline{DB} = 11$, $\overline{CD} = 6$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5+11) \times 6 = 48$ 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x = 2$ 에서 최솟값이 4 이므로
꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 4)$ 이다.
$y = (x-2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$
$a = 4,\ b = 8$
$\therefore a + b = 12$