

1. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9

② 13

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$x = 2$ 가 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

2. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 27

③ 29

④ 31

⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

3. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$$x^2 - 8x + 9 - k = 0$$

① -7

② -2

③ 7

④ 17

⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$$

$$\therefore k = -7$$

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표는?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

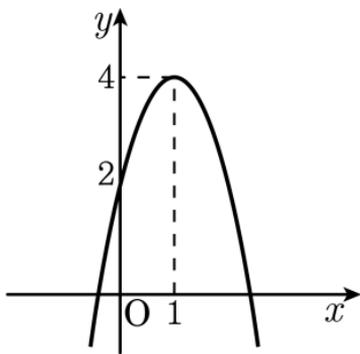
해설

$y = -\frac{1}{3}(x+3)$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$0 = -\frac{1}{3}(x+3)^2$$

$$\therefore x = -3$$

5. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$

꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,

$$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 48 = 0$ 의 해를 a, b (단, $a > b$) 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 22

② 25

③ 28

④ 31

⑤ 34

해설

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$(x + 6)(x - 8) = 0$$

$$a = 8, b = -6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 64 - 36 = 28$$

7. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x - 6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

8. 이차방정식 $2(x+1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$2(x+1)^2 = 10$$

$$(x+1)^2 = 5$$

$$\therefore x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) = -2$$

9. 다음 이차방정식 $5x^2 - 2x + k$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 5k}}{5} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$$

$$1 - 5k = 11$$

$$\therefore k = -2$$

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 점 (3, 2) 를 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 5) 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ⑤ $y = 3x^2 + 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x-p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$
$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

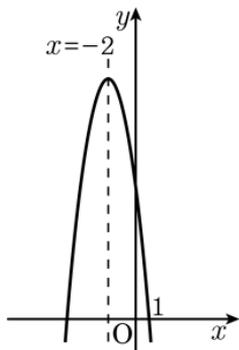
$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

12. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -8$

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$y = -2(x + 2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면
 $0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$$\therefore q = 18$$

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 2)^2 + 18 \\ &= -2(x^2 + 4x + 4) + 18 \\ &= -2x^2 - 8x + 10 \end{aligned}$$

$$\therefore m = -8, n = 10$$

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 9$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 -1 이 되었다. m 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ -8

⑤ 3

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 9 = 2(x - 1)^2 + 7$$

이 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x - 1)^2 + 7 + m$$

최솟값이 -1 이므로 $7 + m = -1$

$$\therefore m = -8$$

14. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?

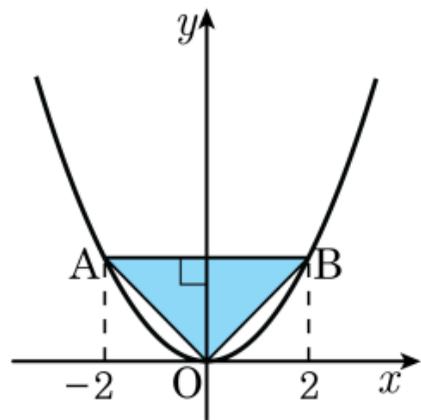
① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는
근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

16. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.

따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

17. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

18. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

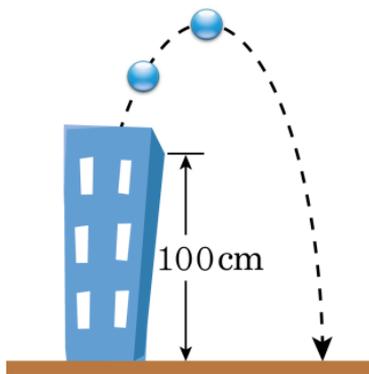
등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

19. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
 ④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 - 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$

20. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

(가) $y = \frac{1}{2}x^2$

(나) $y = -2x^2$

(다) $y = 2x^2$

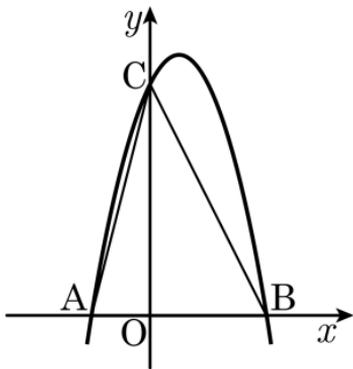
(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

21. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 20

② 22

③ 24

④ 26

⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 $(0, 8)$

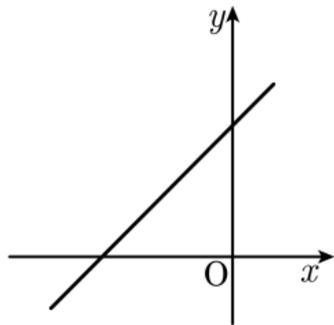
$-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$ 또는 $x = -2$

A $(-2, 0)$, B $(4, 0)$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

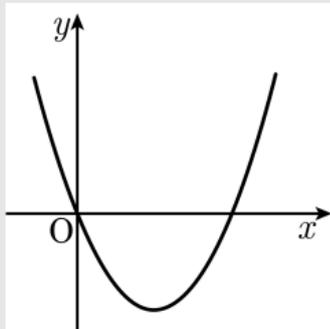
22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



23. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1

② 5

③ -5

④ -1

⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + c$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + c$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

24. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $p + 2, q + 2$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ 이 될 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

▷ 정답 : $b = -5$

해설

$2x^2 - 8x + 3 = 0$ 의 두 근이 $p + 2, q + 2$ 이므로
근과 계수와의 관계에 의하여

$$p + 2 + q + 2 = 4$$

$$p + q = 0$$

$$(p + 2)(q + 2) = \frac{3}{2}$$

$$pq + p + q + 4 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore pq = -\frac{5}{2}$$

$2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 p, q 이고

$$p + q = -\frac{a}{2} = 0$$

$$pq = \frac{b}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore a = 0, b = -5$$

25. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B와 x 축 위의 두 점 $C(-2, 0)$, $D(p, 0)$ 을 연결한 사각형이 평행사변형일 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B는

$$-6 = -\frac{2}{3}(x-2)^2 \text{에서 } x = 5, -1 \text{이다.}$$

$$\therefore \overline{AB} = 6$$

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이다.

점 C의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로 점 D의 좌표는 $(4, 0)$ 이다.

$$\therefore p = 4$$

26. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $0 < p < 1$

해설

$$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4$$

$$= 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4 \text{ 이므로}$$

꼭짓점은 $(-p, -5p^2 + p + 4)$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

$$-p < 0 \quad \therefore p > 0$$

$$-5p^2 + p + 4 > 0, (5p + 4)(p - 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < p < 1$$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A(2, 0), B(-5, 0) 이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 14이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17.15

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (2 + 5) \times m = 14, m = 4$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -5, 2 이므로 y 절편은 음수이다.

$y = a(x + 5)(x - 2)$ 에 $(0, -4)$ 를 대입하면

$$-4 = -10a, a = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{5}(x + 5)(x - 2) \\ &= \frac{2}{5}x^2 + \frac{6}{5}x - 4 \\ &= \frac{2}{5}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{10} \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{49}{10} = 17.15$ 이다.