

1. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2 - x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $a = -5$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

$5x^2 - x + b = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $b = -18$

$\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

2. 이차방정식 $a(x^2 - 4x - 12) + b = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$a(x^2 - 4x - 12) + b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a(1 + 4 - 12) + b = 0$$

$$-7a + b = 0, b = 7a$$

$a(x^2 - 4x - 12) + 7a = 0$ 양변을 a 로 나누면

$$x^2 - 4x - 12 + 7 = 0$$

$$(x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

3. 이차방정식 $9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(6a)^2 - 4 \times 9(5a - 4) = 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$a = 1, 4$$

$\therefore a$ 의 값 중 큰 것은 4 이다.

4. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값 중 작은 값은?

$$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$$

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) = 0$$

$$a^2 - 8a + 12 = 0$$

$$a = 2, 6$$

$\therefore a$ 의 값 중 작은 값은 2 이다.

5. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

6. 이차방정식 $-4(x+2) = -(x+4)^2 + 6$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

해설

$$-4(x+2) = -(x+4)^2 + 6$$

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4, \alpha\beta = 2$$

$$\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta}$$

$$\alpha > \beta \text{ 이므로 } \alpha - \beta = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \sqrt{2}$$

7. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 알맞게 구한 것은? (단, 두 근의 합과 곱은 모두 유리수)

① $a = 2, b = -4$

② $a = 4, b = 4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -4$

⑤ $a = -2, b = -4$

해설

한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$

$$\text{두 근의 곱은} = \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \right) \times \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{1}{a}$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{a}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{두 근의 합은} \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \right) + \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{b}{a}$$

$$-1 = -\frac{b}{4}$$

$$\therefore b = 4$$

8. $\langle a, b \rangle = (a-b)^2$ 일 때, $\langle 2x, -1 \rangle - \langle x, 2 \rangle$ 를 인수분해하면?

① $(3x+2)(x+2)$

② $(3x-1)(x+3)$

③ $2(3x-1)(x-3)$

④ $3(2x-2)(x+1)$

⑤ $-(3x-1)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\&= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\&= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\&= (3x-1)(x+3)\end{aligned}$$

9. n 명 중에서 2 명을 뽑아 줄을 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 가지이다.
어느 동호회에서 회장과 부회장 2 명을 뽑는 경우의 수가 156 가지 일
때, 동호회 회원은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 13명

해설

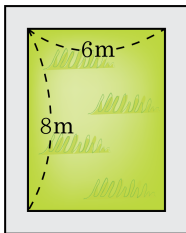
$$n(n-1) = 156 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 156 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+12)(n-13) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 13$ (n 은 자연수)이다.

10. 가로, 세로의 길이가 6m, 8m 인 직사각형 모양의 공원에서 둘레 밖으로 너비가 일정한 길을 만들었더니 길의 넓이가 32m^2 가 되었다. 길의 너비는 몇 m 인지 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 1 m

해설

길의 너비를 x m 라 하면

$$(6 + 2x)(8 + 2x) - 48 = 32$$

$$4x^2 + 28x - 32 = 0$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$(x + 8)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -8$$

$x > 0$ 이므로 $x = 1$ 이다.

11. 이차함수 $y = -4x^2 + 2ax - a + 5$ 의 꼭짓점이 a 의 값에 관계없이 일정할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

꼭짓점이 a 의 값에 관계없으므로 a 의 값에 관계없이 항상 지나
는 점이 꼭짓점이다.

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + 2ax - a + 5 \\ &= -4x^2 + a(2x - 1) + 5 \end{aligned}$$

$$2x - 1 = 0, x = \frac{1}{2}$$

$$y = -4 \times \frac{1}{2^2} + 0 + 5 = 4$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + 2ax - a + 5 \\ &= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4 \\ &= -4x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2$$

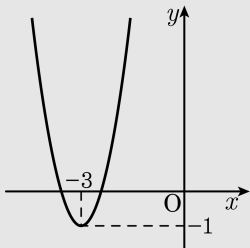
12. 이차함수 $y = 3(x + 3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



13. $y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 방정식은?

① $y = -x^2 + 4x - 4$

② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = -x^2 - 4x - 4$

④ $y = -x^2 - 4x + 4$

⑤ $y = x^2 + 4x - 4$

해설

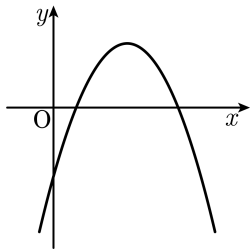
x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 $y = -(x - 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동시키면 $y = -(-x - 2)^2$

$$= -(x^2 + 4x + 4)$$

$$= -x^2 - 4x - 4$$

14. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음
그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① $ap + q < 0$ ② $aq - pq < 0$
 ③ $p^2 - q < 0$ ④ $a + pq > 0$
 ⑤ $a(p - q) > 0$

해설

$y = a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1
사분면에 있으므로

$a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.

따라서 $ap + q < 0$ 이다.

15. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

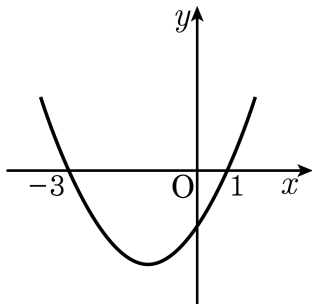
④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 중근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

16. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

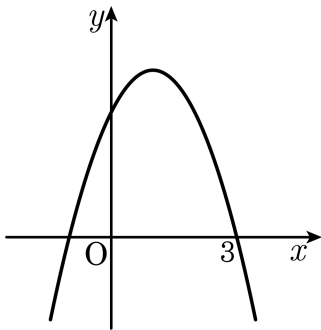
따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

(1, 0) 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

17. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -9 - 6a + 3, a = -1$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

18. 이차함수 $y = a(x+b)^2 + 4$ 에서 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 2 만큼 움직였을 때 최솟값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = a(x+b)^2 + 4$ 에서 $a > 0$ 이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.

x 축의 방향의 이동에 상관없이 y 축의 방향의 이동만 고려하면
되므로

$$4 + 2 = 6$$

19. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

20. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$(i) \quad x > 0$$

$$x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$(x-1)(x-4) \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

$$(ii) \quad x < 0$$

$$x^2 + 5x + 4 \leq 0$$

$$(x+1)(x+4) \leq 0$$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$$

$\therefore$ 정수의 개수 : 8개

21. 부등식 $5 - x > 2|x + 1|$ 의 해와 $ax^2 + bx + 7 > 0$ 의 해가 같도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은 ?

① -7

② -5

③ 5

④ 7

⑤ 0

해설

$5 - x > 2|x + 1|$ 을 풀면

(i) $x \geq -1$ 일 때

$$5 - x > 2x + 2, x < 1 \quad \therefore -1 \leq x < 1$$

(ii) $x < -1$ 일 때

$$5 - x > -2x - 2, x > -7 \quad \therefore -7 < x < -1$$

(i), (ii)에 따라 $-7 < x < 1$

$ax^2 + bx + 7 > 0 \Leftrightarrow -7 < x < 1$ 이므로 $a < 0$ 이고

$$ax^2 + bx + 7 = a(x + 7)(x - 1)$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -6 \quad \therefore a + b = -7$$

22. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$