

1. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

2. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

3. 다음 이차방정식 중 증근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x+4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x+2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x+4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x+2)(x+6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

4. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$a = -1$ 또는 $a = 2$,

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

5. 이차방정식 $mx^2 + (2m+3)x + m+7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

- ① $m > \frac{9}{16}$ ② $m \geq \frac{9}{16}$ ③ $m = \frac{9}{16}$
④ $m \leq \frac{9}{16}$ ⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$\begin{aligned} D &= (2m+3)^2 - 4m(m+7) < 0 \\ 4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m &= -16m + 9 < 0 \\ \therefore m &> \frac{9}{16} \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$

$$\begin{aligned}\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1} &= \frac{\beta(\beta+1) + \alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} \\ &= \frac{\beta^2 + \beta + \alpha^2 + \alpha}{\alpha + \beta + \alpha\beta + 1} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{(\alpha + \beta) + \alpha\beta + 1} \\ &= \frac{2^2 - 2 \times (-2) + 2}{2 - 2 + 1} = 10\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{(-6)}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2(x+6)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{14}$

해설

$$(x-4)^2 = 2(x+6)$$

$$x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$\alpha + \beta = 10, \alpha\beta = 4, \sqrt{\alpha\beta} = 2$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 14$$

$$\sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{14}$$

9. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. $b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -3, \quad \alpha\beta = -\frac{3}{2} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 + 3 = 12 \\ (\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) &= -b = 9 \\ \therefore b &= -9 \\ c &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = -36 \\ \therefore b - c &= -9 - (-36) = 27\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
 $x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
 $x^2 - (3 + 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$
 $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $m = -5, n = 3$
 $\therefore m + n = -2$

11. 두 근의 차가 4 인 이차방정식 $x^2 + 2kx + 2k - 3 = 0$ 이 있을 때, 모든 k 의 값의 곱은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 4$ 이라 하면
 $\alpha + \alpha - 4 = -2k, \alpha(\alpha - 4) = 2k - 3$
 $\alpha = 2 - k$
 $(2 - k)(2 - k - 4) = 2k - 3$
 $k^2 - 2k - 1 = 0$
 \therefore 모든 k 값의 곱은 -1 이다.

12. 한 근이 $5 - 2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5 + 2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) = 10, (두 근의 곱) = 13
따라서 $4(x^2 - 10x + 13) = 0$ 이므로
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$ 이다.
따라서 $b = -40, c = 52, c - b = 92$

13. $a\%$ 소금물 300g 에서 $(a+3)$ g 을 퍼낸 다음 같은 양의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 16.4% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답: $\underline{\quad}$ g

▷ 정답: 15g

해설

$$\text{처음 소금의 양} : \frac{a}{100} \times 300 = 3a \text{ (g)}$$

퍼낸 소금물 $(a+3)$ g 의 소금의 양 :

$$(a+3) \times \frac{a}{100} = \frac{a^2+3a}{100} \text{ (g)}$$

농도 16.4% 의 소금의 양 :

$$\frac{16.4}{100} \times 300 = 49.2 \text{ (g)}$$

$$3a - \frac{a^2+3a}{100} + a + 3 = 49.2$$

$$\frac{a^2+3a}{100} - 4a + 46.2 = 0$$

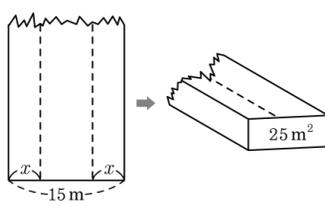
$$a^2 - 397a + 4620 = 0$$

$$(a-385)(a-12) = 0$$

$$a \leq 100 \text{ 이므로 } a = 12 \text{ (g)}$$

$$\text{퍼낸 소금물의 양} : 12 + 3 = 15 \text{ (g)}$$

14. 다음 그림과 같이 너비가 15m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 25m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



- ① $2x^2 - 25x + 15 = 0$ ② $2x^2 - 15x - 25 = 0$
 ③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$ ④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$
 ⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

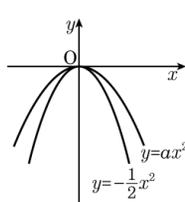
해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$

15. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
 ③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
 ⑤ $a \geq -\frac{1}{2}$



해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 이다.

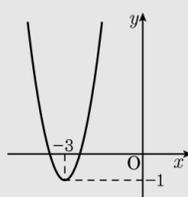
16. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

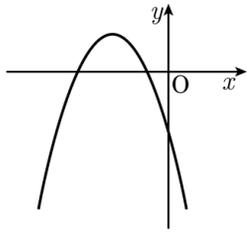
▷ 정답: $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



17. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?



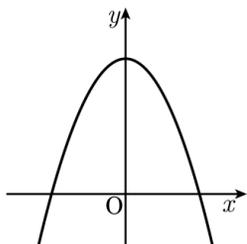
- ① a ② p ③ q
④ $ap^2 + q$ ⑤ aq

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.

- ① 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
② 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0$
③ 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $q > 0$
④ y 절편이 음수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $aq^2 + q < 0$
⑤ $aq < 0$

18. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 직선 $y = ax + b$ 가 지나지 않는 사분면은?



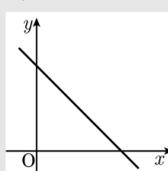
- ① 제1사분면 ② 제2사분면
 ③ 제3사분면 ④ 제4사분면
 ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, y 절편은 양수이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = ax + b$ 는 기울기가 음수이고 y 절편은 양수이다.

지나지 않는 사분면은 제3 사분면이다.



19. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ -3 ④ -5 ⑤ -8

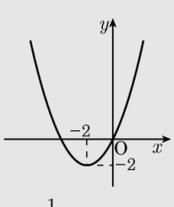
해설

$$\begin{aligned} y &= (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7 \\ m &= -3, n = -8 \\ \therefore m - n &= 5 \end{aligned}$$

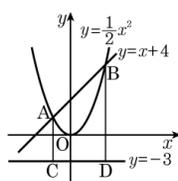
20. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ 의 그래프가 지나지 않는 곳은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설


$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) - 2 \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

21. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -3$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= x + 4 \\ x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ (x - 4)(x + 2) &= 0 \\ x &= -2 \text{ 또는 } x = 4 \end{aligned}$$

A(-2, 2), B(4, 8) 이므로 $\overline{CA} = 5$, $\overline{DB} = 11$, $\overline{CD} = 6$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 11) \times 6 = 48$ 이다.

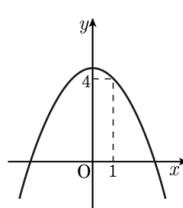
22. $y = k(k-2)x^2 - 3x + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

23. 다음은 y 축을 축으로 갖는 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. 상수 a, b 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

▷ 정답: $b = \frac{9}{2}$ 또는 4.5

해설

y 축을 축으로 가지므로 $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 에서 점 $(1, 4)$ 를 대입하면

$q = \frac{9}{2}$ 이다.

$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}$

24. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$ 의 최솟값이 5일 때, 이 그래프의 y 절편은 n 라고 한다. 이 때, 상수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값을 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 15 ④ 21 ⑤ 24

해설

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$$

$$y = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) - 3 + m$$
$$= \frac{1}{4}(x - 4)^2 - 7 + m$$

최솟값이 5이므로 $-7 + m = 5$ 에서 $m = 12$ 이다.

y 절편은 $n = -3 + m = -3 + 12 = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 12 + 9 = 21$ 이다.

25. 이차함수 $y = -x^2 + ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

해설

$$y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$x = \frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$$\frac{a^2}{4} = 4, a = \pm 4$$

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

26. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.