

1. 두 방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $x^2 - 6x + p = 0$ 을 동시에 만족하는 해가 있을 때, $-p$ 의 값은? (단, $p \neq 0$)

① 4

② 16

③ -16

④ 8

⑤ -8

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 6$$

1) $x = -2$ 가 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$4 + 12 + p = 0 \therefore p = -16$$

2) $x = 6$ 이 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$36 - 36 + p = 0 \therefore p = 0$$

따라서 $p \neq 0$ 이므로 $-p = -(-16) = 16$ 이다.

2. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

3. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

4. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6xy + 9y^2 + x - 3y = 6$ 이 성립하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(x - 3y)^2 + (x - 3y) - 6 = 0$ 에서 $x - 3y = X$ 로 치환 하면

$$X^2 + X - 6 = 0$$

$$(X + 3)(X - 2) = 0$$

$$(x - 3y + 3)(x - 3y - 2) = 0$$

$x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$(a - 3 + 3)(a - 3 - 2), a(a - 5) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 5$$

$$\therefore 0 + 5 = 5$$

5. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5 이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

6. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{100}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{100}\right)$$

$$= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right) \text{이다.}$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{100}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$$

$$2x^2 + 175x - 1950 = 0$$

$$(2x + 195)(x - 10) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10$$

7. 이차함수 $y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하면?

① 20

② -10

③ 0

④ 10

⑤ -20

해설

$y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = (-x - 4)^2 - 5,$$

$y = -(-x - 4)^2 + 5 = -(x + 4)^2 + 5$ 이므로

$$a = -1, p = 4, q = 5$$

$$\therefore apq = -20$$

8. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$ 의 그래프가 $x = 1$

인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의 x 좌표가 1 이므로 $-\frac{b}{2a} = 1$,

$$b = -2a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = -2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에 의하여 $a = 2$, $b = -4$

또한 x 절편이 3 이므로 $9a + 3b + c = 0$

$$\therefore c = -6$$

따라서 $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$ 이다.

9. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

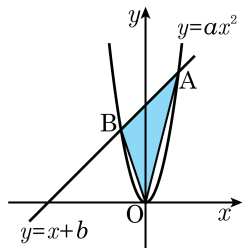
⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2 \therefore y = 2x^2$

$y = x + b$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6 \therefore y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$2x^2 = x + 6$$

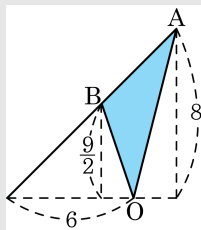
$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore B\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 두 개 고르면?

① y 절편은 10 이다.

② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

③ x 축과 만나는 점의 좌표가 (1, 0), (5, 0) 이다.

④ 축의 방정식은 $y = 3$ 이다.

⑤ 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 2(x - 3)^2 - 8\end{aligned}$$

② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

⑤ 아래로 볼록한 그래프이다.

12. 세 점 $(-2, 14)$, $(0, 6)$, $(1, -4)$ 를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

세 점 $(-2, 14)$, $(0, 6)$, $(1, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a - 2b + c = 14, c = 6, a + b + c = -4$$

$$\therefore a = -2, b = -8, c = 6$$

$$\therefore y = -2x^2 - 8x + 6 = -2(x + 2)^2 + 14$$