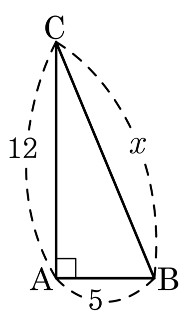
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

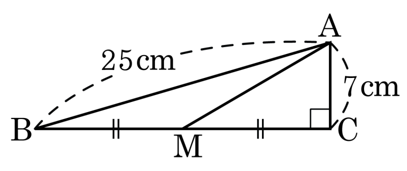


$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{\boxed{ㄱ}}^2$
$x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{ㄴ}$
$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{ㄷ}$

① $\overline{AB}$, 144 , −13
② $\overline{AB}$, 144 , 13
③ $\overline{BC}$, 169 , −13
④ $\overline{BC}$, 169 , 13
⑤ $\overline{BC}$, 196 , −13

해설
$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
$x > 0$ 이므로, $x = 13$

2. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25cm$, $\overline{AC} = 7cm$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}cm$　② $\sqrt{191}cm$　③ $\sqrt{193}cm$　④ $\sqrt{194}cm$　⑤ $\sqrt{199}cm$

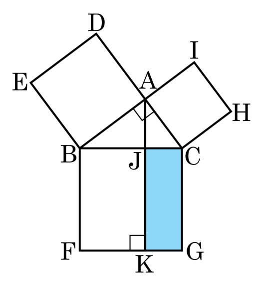
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC^2} = 25^2 - 7^2 = 576,\ \overline{BC} = 24(cm)$

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{MC},\ \overline{MC} = 12(cm)$

$\triangle AMC$ 에서 $\overline{AM^2} = 7^2 + 12^2 = 193, \overline{AM} = \sqrt{193}(cm)$

3. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA ② □BFKJ

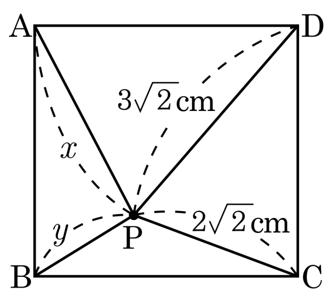
③ □ACHI ④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

4. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}$cm , $\overline{PD} = 3\sqrt{2}$cm 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

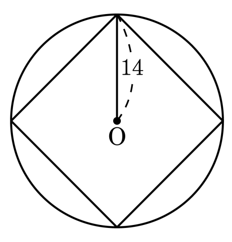


① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2,\ x^2 - y^2 = 18 - 8,\ x^2 - y^2 = 10$ 이다.

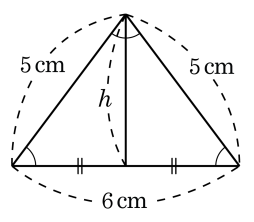
5. 반지름의 길이가 14 인 원 안에 정사각형이 내접해 있다. 정사각형의 한 변의 길이는 ?



① $10\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$ ④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

해설
한 변의 길이를 a 라고 하면
$\sqrt{2}a = 28$ 이므로
$a = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$

6. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 $5\,\mathrm{cm}$, $5\,\mathrm{cm}$, $6\,\mathrm{cm}$ 인 이등변삼각형의 높이 h는?

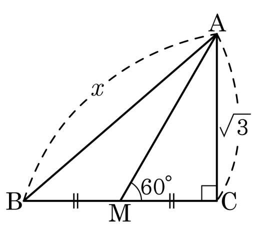


① $1\,\mathrm{cm}$ ② $2\,\mathrm{cm}$ ③ $3\,\mathrm{cm}$
④ $4\,\mathrm{cm}$ ⑤ $5\,\mathrm{cm}$

해설

$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\,\mathrm{cm}$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 이때, x 는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$

④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{13}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{CM} = 1$ 이다.
따라서 $\overline{BM} = 1$ 이고
$\overline{AB} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

8. 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은 어느 것인가?

① $(1,\ 1),\ (2,\ 3)$
② $(-3, -2),\ (0,\ 0)$
③ $(-2,\ 0),\ (0,\ 5)$
④ $(2,\ 1),\ (3, -5)$
⑤ $(-4,\ 4),\ (2, -2)$

해설

① $\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$
② $\sqrt{(-3-0)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{13}$
③ $\sqrt{(-2-0)^2+(0-5)^2}=\sqrt{29}$
④ $\sqrt{(3-2)^2+(-5-1)^2}=\sqrt{37}$
⑤ $\sqrt{(-4-2)^2+(4+2)^2}=\sqrt{72}$

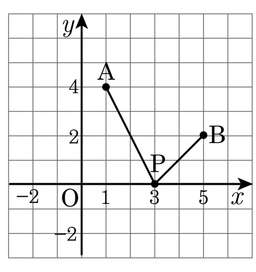
9. 이차함수 $y=x^2-4x+5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 원점 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $y=x^2-4x+5$ 의 그래프가 y축과 만나는 점은 $(0,\ 5)$ 이다.
따라서 원점과의 거리는 5 이다.

10. 좌표평면 위의 두 점 $A(1,\ 4), B(5,\ 2)$ 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

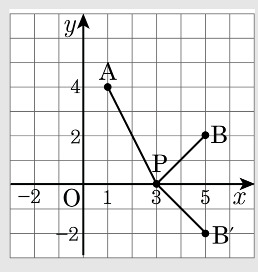


① $\sqrt{13}$　② 2　③ 3
④ $2\sqrt{6}$　⑤ $2\sqrt{13}$

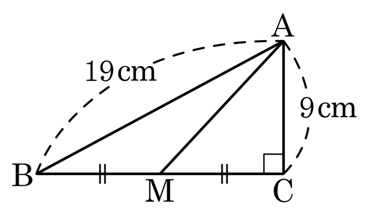
해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면 $B'(5, -2)$, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최단 거리$=\overline{AB'}$

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB} = 19\,\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, 중선 AM 의 길이를 구하여라.

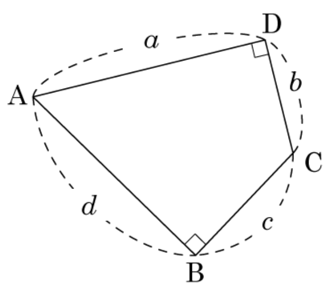


① $\sqrt{149}$ cm
② $\sqrt{150}$ cm
③ $\sqrt{151}$ cm
④ $\sqrt{152}$ cm
⑤ $\sqrt{153}$ cm

해설

$\overline{BC} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{28 \times 10} = 2\sqrt{70}(\mathrm{cm})$
$\overline{CM} = \sqrt{70}(\mathrm{cm})$
$\overline{AM} = \sqrt{\left(\sqrt{70}\right)^2 + 9^2} = \sqrt{151}\ (\mathrm{cm})$

12. 다음 그림에서 ∠B 와 ∠D 는 90°, $\overline{\mathrm{AD}} = a$, $\overline{\mathrm{CD}} = b$, $\overline{\mathrm{BC}} = c$, $\overline{\mathrm{AB}} = d$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $a + b = c + d$

② $a = d$, $b = c$

③ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

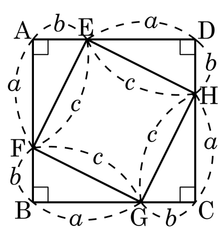
④ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

⑤ $a - d = b - c$

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$가 공통변이고 각각 △ADC, △ABC가 직각삼각형이므로 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$이 성립한다.

13. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle\mathrm{EHG}=90^\circ$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b:c$ 이다.

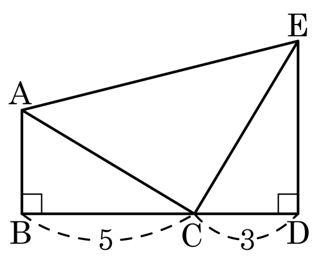
④ $\triangle\mathrm{BGF}\equiv\triangle\mathrm{CHG}$

⑤ $\angle\mathrm{FEA}+\angle\mathrm{GHC}=90^\circ$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2:c^2$ 이다.

14. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?

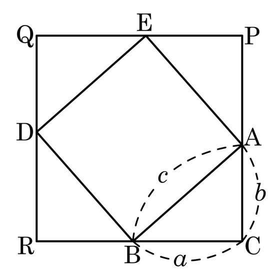


① $\sqrt{17}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ 8 ⑤ $2\sqrt{17}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$
따라서 $\overline{AE^2} = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2 = 68$, $\overline{AE} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ 이다.

15. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 이때 ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

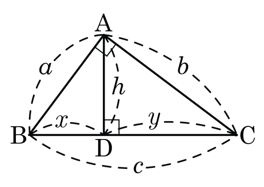


[가정] $\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{C} = 90^\circ$
[결론] $a^2 + b^2 = c^2$
[증명] 직각삼각형 ABC 에서 두 선분
CB, CA 를 연장하여 정사각형 CPQR를 만들고,
$\overline{\mathrm{PE}} = \overline{\mathrm{QD}} = b$ 인 두 점 D, E 를 잡아
정사각형 AEDB 를 그린다.
$\square$CPQR = (①) + 4 × (②)
(③) $= c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$
$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 +$ (④)
따라서 (⑤) 이다.

① $\square$AEDB ② $\triangle$ABC ③ $\triangle$ABC
④ $2ab$ ⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설
$\square$CPQR $= (a+b)^2$

16. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\angle$BAC $= 90°$, $\overline{\text{AD}}\perp\overline{\text{BC}}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$　　② $b^2 = cy$

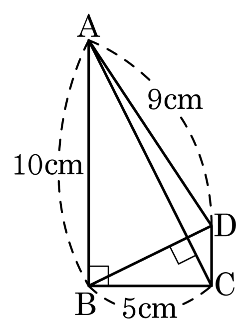
③ $a^2 = cx$　　④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

17. 다음 그림을 보고 $\overline{CD}$ 의 길이를 고르면?

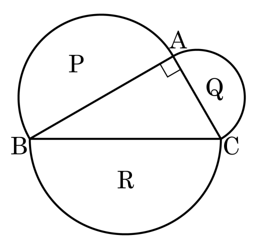


① $\sqrt{2}$cm ② $\sqrt{3}$cm ③ $\sqrt{5}$cm
④ $\sqrt{6}$cm ⑤ $\sqrt{7}$cm

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$
$100 + \overline{CD}^2 = 81 + 25$
$\overline{CD}^2 = 6 \quad \therefore \overline{CD} = \sqrt{6}(cm)$

18. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라고 하자. $P = 12\pi cm^2$, $Q = 4\pi cm^2$ 일 때, R 의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{2}$ cm

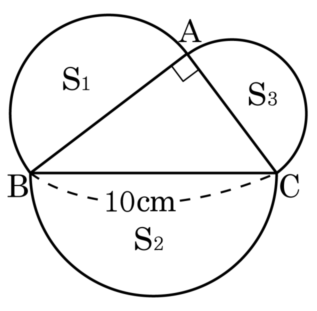
해설

$P + Q = R$ 이므로 $R = 12\pi + 4\pi = 16\pi(cm^2)$

$\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2 = 16\pi$, $\overline{BC}^2 = 128$

$\overline{BC} = 8\sqrt{2}(cm)$

19. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$

④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

$S_1 + S_3 = S_2$

$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$

$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$

20. 다음 중 직사각형의 넓이가 서로 같은 것은?

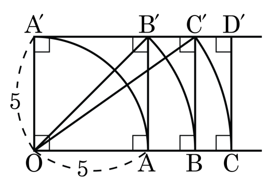
㉠ 가로의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이고, 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형
㉡ 세로의 길이가 6 이고, 대각선의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 직사각형
㉢ 가로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고, 세로의 길이가 4 인 직사각형
㉣ 대각선의 길이가 14 이고, 세로의 길이가 12 인 직사각형

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라서
세로의 길이는 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}$ 이므로
직사각형의 넓이는 $2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=8\sqrt{3}$
㉡ 피타고라스 정리에 따라서
가로의 길이는 $\sqrt{(8\sqrt{2})^2-(6)^2}=4\sqrt{23}$ 이므로
직사각형의 넓이는 $6\times 4\sqrt{23}=24\sqrt{23}$
㉢ 직사각형의 넓이는 $2\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}$
㉣ 피타고라스 정리에 따라서
가로의 길이는 $\sqrt{(14)^2-(12)^2}=2\sqrt{13}$ 이므로
직사각형의 넓이는 $2\sqrt{13}\times 12=24\sqrt{13}$
따라서 직사각형의 넓이가 같은 것은 ㉠,㉢이다.

21. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



① $3\sqrt{3}-5\sqrt{2}$　② $5\sqrt{3}-5\sqrt{2}$　③ $5\sqrt{2}-5\sqrt{3}$

④ $10\sqrt{3}-5\sqrt{2}$　⑤ $5\sqrt{5}-5\sqrt{2}$

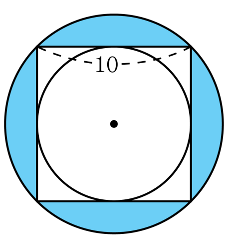
해설

$\overline{OB}=\overline{OB'}=5\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\overline{OC}&=\overline{OC'}\\&=\sqrt{(\overline{OB})^2+(\overline{BC'})^2}\\&=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+5^2}\\&=5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{OC}-\overline{OB}=5\sqrt{3}-5\sqrt{2}$

22. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a + b\pi$ 라면 $b - a$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)



① 50 ② 100 ③ 150 ④ 200 ⑤ 250

해설

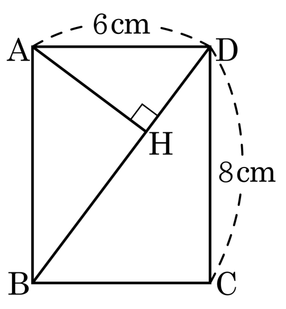
한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$(5\sqrt{2})^2\pi - 10^2 = 50\pi - 100$ 이므로

$a = -100$, $b = 50$

따라서 $b - a = 50 - (-100) = 150$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 6cm , 8cm 인 직사각형이 있다. $\overline{AH}\perp\overline{BD}$ 라고 할 때, $\overline{AH}+\overline{BH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 11.2 cm

해설

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$

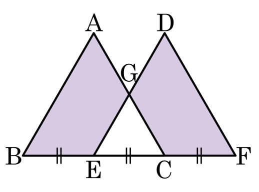
$\triangle$ABD 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}$

$\overline{AH}=\frac{24}{5}\text{cm},\ 8^2=\overline{BH}\times10,\ \overline{BH}=\frac{32}{5}\text{ cm}$

$\overline{AH}+\overline{BH}=\frac{24}{5}+\frac{32}{5}=\frac{56}{5}(\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF 를 $\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{CF}$ 가 되도록 포개어 놓았을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

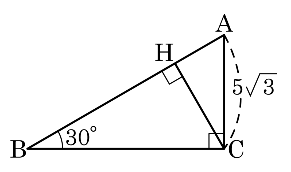
▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\triangle$GEC 는 정삼각형이므로

색칠한 부분의 넓이는 $2\triangle ABC - 2\triangle GEC = 2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $\frac{5\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$

④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}\sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} = 5\sqrt{3} : \overline{BC}$

$\therefore \overline{BC} = 15$

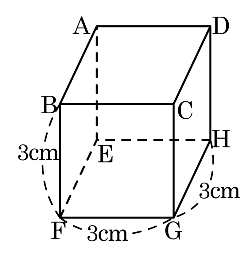
$\overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2 = 5\sqrt{3} : \overline{AB}$

$\therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}$

$\triangle$ABC 에서 $10\sqrt{3} \times \overline{CH} \times \frac{1}{2} = 15 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

따라서 $\overline{CH} = \frac{15}{2}$ 이다.

26. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?



① $\sqrt{3}$ cm ② $2\sqrt{3}$ cm

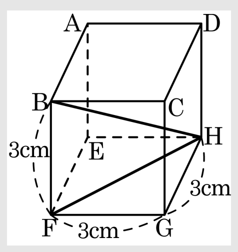
③ $3\sqrt{3}$ cm ④ $4\sqrt{3}$ cm

⑤ 3

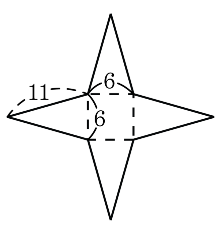
해설

$\overline{FH}$ 의 길이는 $\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \overline{BH}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$



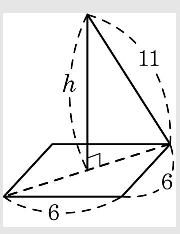
27. 다음 그림과 같은 전개도로 만든 정사각뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{103}$

해설

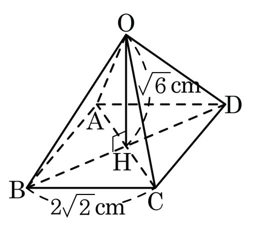


높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{11^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{121-18} = \sqrt{103}$

$V = 36 \times \sqrt{103} \times \dfrac{1}{3} = 12\sqrt{103}$

28. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면은 이등변삼각형인 정사각뿔이다. 이 정사각뿔의 높이가 $\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 정사각뿔의 겉넓이를 구하여라.

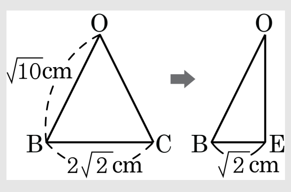


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $24\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\square$ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{\mathrm{BH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = 2(\mathrm{cm})$



$\triangle$OBH 에서 $\overline{\mathrm{OB}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}(\mathrm{cm})$

정사각뿔의 겉넓이$=$ 밑넓이 $+$ (옆넓이 $\times 4$)

밑넓이 : $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\mathrm{cm}^2)$

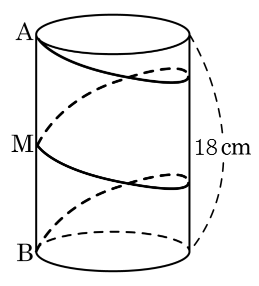
옆넓이 : $\triangle$OBC 넓이 $\times 4$

$\triangle$OBC 넓이 구하기 $\overline{\mathrm{OE}} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{10-2} = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ $\triangle$OBC의 넓이 $= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4(\mathrm{cm}^2)$ 이므로 옆넓이는 $4 \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ 겉넓이 $= 8 + 16 = 24(\mathrm{cm}^2)$

29. 다음 원기둥의 높이는 18 cm 이다. 점 M 은 높이의 중점이며, 그림과 같이 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 중점 M 을 지나 점 B 에 이르는 최단거리가 30 cm 이라 할 때, 밑면의 둘레의 길이를 구하면?

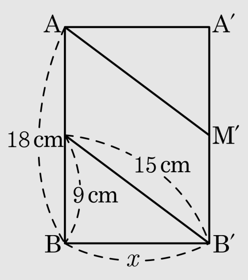


① 11 cm
② 11.5 cm
③ 12 cm
④ 12.5 cm
⑤ 13 cm

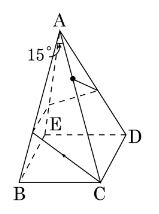
해설

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

따라서 밑면의 둘레의 길이는 12(cm)



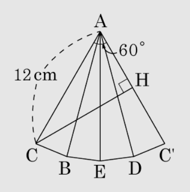
30. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=12\text{cm}$, $\angle BAC=15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $5\sqrt{3}\text{cm}$

④ $6\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설

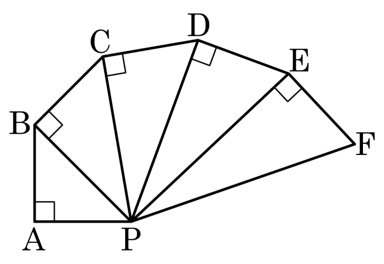


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC}:\overline{CH}=2:\sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH}=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

31. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1\,\mathrm{cm}$)



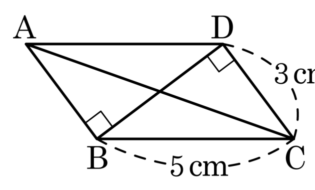
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle$PAB, $\triangle$PBC, $\triangle$PCD, $\triangle$PDE,
$\triangle$PEF 는 모두 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{PB} = \sqrt{2}$(cm), $\overline{PC} = \sqrt{3}$(cm),
$\overline{PD} = 2$(cm), $\overline{PE} = \sqrt{5}$(cm)
$\overline{PF} = \sqrt{6}$(cm)

32. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



① $(2\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$　② $(4\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$

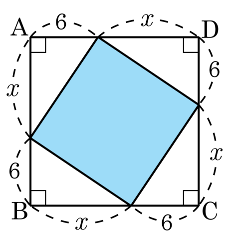
③ $(2\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$　④ $(4\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$

⑤ $10\,\text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$
$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 이다.
평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,
삼각형 ABO 에 대해서
$\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BO} = 2\,\text{cm}$
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\,\text{cm}$ 이다.

33. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. 어두운 부분의 넓이가 100 일 때, x 의 값을 구하여라.



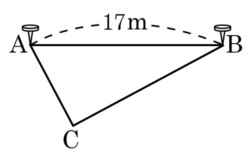
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

색칠된 정사각형의 한 변의 길이는
$\sqrt{6^2+x^2}$ 이므로
$x^2+6^2=100$, $x^2=64$
$\therefore x=8$ ($\because$ $x>0$)

34. 17 m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40 m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$가 직각이 되게 하려고 할 때, $\overline{AC}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



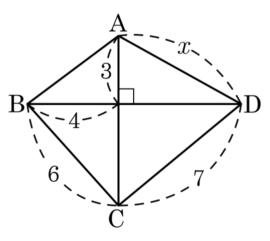
▶ 답 : ____ m

▷ 정답 : 8 m

해설

$\overline{AC} = x$라 하면, $\overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$
$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이므로
$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$
$x^2 - 23x + 120 = 0$
$(x - 8)(x - 15) = 0$
$\therefore\ x = 8(\mathrm{m})\ (\because\ \overline{AC} < \overline{BC})$

35. 다음 그림에서 두 대각선이 서로 직교할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이를 구하면?

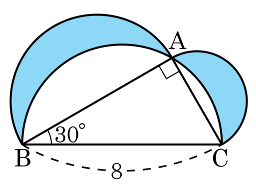


① $\sqrt{23}$　② $3\sqrt{3}$　③ $\sqrt{31}$
④ $\sqrt{38}$　⑤ $3\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}} = 5$
$5^2 + 7^2 = x^2 + 6^2$
$25 + 49 = x^2 + 36$
$\therefore x = \sqrt{38}$

36. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

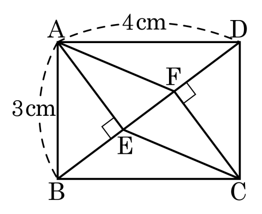
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4$, $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$

37. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{84}{25}\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\,\mathrm{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$

$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$

$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5}\ \mathrm{cm}$

$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square AECF = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\mathrm{cm}^2)$

38. 한 변의 길이가 $\frac{4x}{3}$ 인 정삼각형이 있다. 정삼각형의 넓이가 $\frac{16\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ 일 때, x를 구하여라.

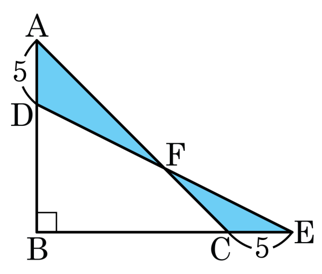
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $x=2$ cm

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{4x}{3}\right)^2=\frac{4\sqrt{3}x^2}{9}=\frac{16\sqrt{3}}{9}$ 이므로 $x=2$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 5$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이와 $\triangle ECF$ 의 넓이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

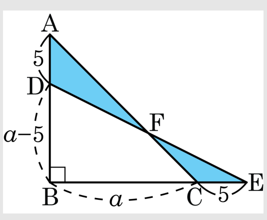
▷ 정답 : 12.5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = a$ 라 하면

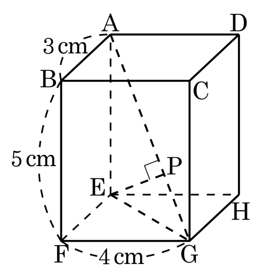
$\triangle ADF = \triangle ABC - \square DBCF$

$\triangle ECF = \triangle DBE - \square DBCF$



$$\begin{aligned}\triangle ADF - \triangle ECF &= \triangle ABC - \triangle DBE \\ &= \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a+5)(a-5) \\ &= \frac{25}{2} = 12.5\end{aligned}$$

40. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E 에서 대각선 AG 에 내린 수선의 발을 P 라 할 때, $\overline{\mathrm{EP}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

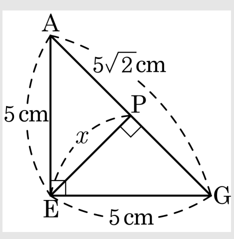
해설

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ (cm)

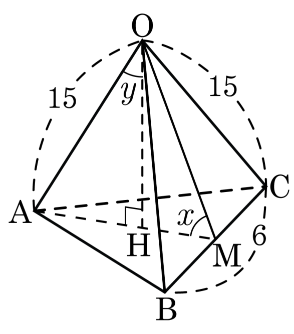
$\overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EG}} = \overline{\mathrm{AG}} \times \overline{\mathrm{EP}}$ 이므로

$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$

$x = \dfrac{25}{5\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ (cm) 이다.



41. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 15 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 이때, 정사면체의 높이 $\overline{OH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$

42. 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 $\mathrm{O-ABCD}$ 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

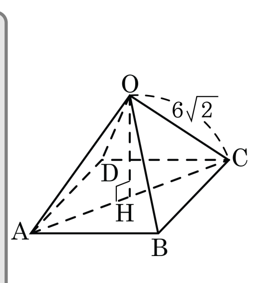
위의 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2}\times 12 = 6$

$\triangle\mathrm{OAH}$ 에서 $\angle\mathrm{OHA} = 90°$ 이므로

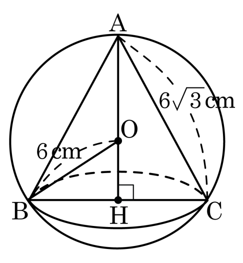
$\overline{\mathrm{OH}}^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2 - 6^2 = 36$

$\overline{\mathrm{OH}} = 6 \ \left(\because \ \overline{\mathrm{OH}} > 0\right)$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \left(6\sqrt{2}\right)^2 \times 6 = 144$



43. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $84\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $87\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $90\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $93\pi\,\mathrm{cm}^3$

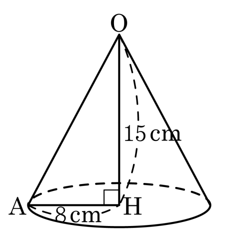
해설

$\triangle$OBH 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle$ABH 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{\mathrm{OH}})^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{\mathrm{OH}})^2$
$12\overline{\mathrm{OH}} = 36 \quad \therefore \overline{\mathrm{OH}} = 3\,(\mathrm{cm})$

㉠에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore \overline{\mathrm{BH}} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6 + 3) = 81\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$ 이다.

44. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 8 cm, 높이가 15 cm 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



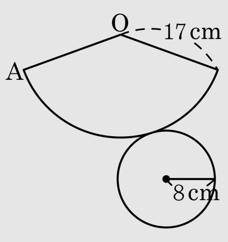
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 200π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$OAH 에서 $\overline{\text{OA}}^2 = \overline{\text{AH}}^2 + \overline{\text{OH}}^2$

$\overline{\text{OA}} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17\,(\text{cm})$



밑면의 반지름의 길이가 $8\,(\text{cm})$ 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi\,(\text{cm})$

전개도에서 옆면은 부채꼴이므로

(옆면의 넓이)

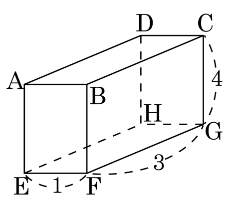
$= \frac{1}{2} \times$ (부채꼴의 반지름) $\times$ (호의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 17 \times 16\pi$

$= 136\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $= 136\pi + 64\pi = 200\pi(\text{cm}^2)$

45. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

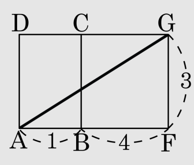
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{BC}$ 를 지날 때, $\triangle AGF$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$

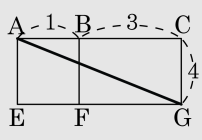
$\overline{AG} = \sqrt{(1+4)^2+3^2} = \sqrt{34}$



(ii) $\overline{BF}$ 를 지날 때, $\triangle ACG$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$

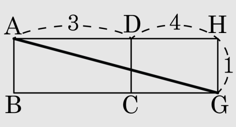
$\overline{AG} = \sqrt{(1+3)^2+4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

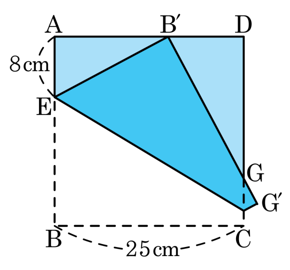
$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$

$\overline{AG} = \sqrt{(4+3)^2+1^2} = \sqrt{50}$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 25cm 인 정사각형 ABCD 에 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이고, 점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



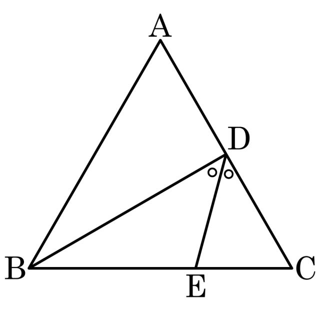
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{85}{4}$ cm

해설

$\overline{EB} = \overline{EB'} = 25 - 8 = 17(\text{cm})$
$\triangle AEB'$ 에서 $\overline{AB'} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$
$\overline{B'D} = \overline{AD} - \overline{AB'} = 25 - 15 = 10(\text{cm})$
$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'G$ 이므로
$\overline{AE} : \overline{B'D} = \overline{EB'} : \overline{B'G}$
$8 : 10 = 17 : \overline{B'G}$
$\therefore\ \overline{B'G} = \frac{85}{4}(\text{cm})$

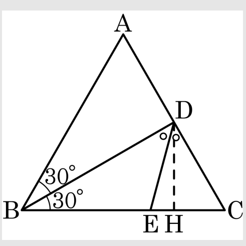
47. 정삼각형 ABC 의 $\angle$B 의 이등분선이 변 AC 와 만나는 점을 D , $\angle$BDC 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 하자. 삼각형 BED 의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}+2$

해설



삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 할 때,

△ABD 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로 $a : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{BD} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$\overline{DC} = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$

$\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 에서

$\frac{a}{2}\sqrt{3} : \frac{a}{2} = x : (a-x)$ 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\therefore x = \frac{a}{2}(3-\sqrt{3})$

△BDH 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로

$\overline{BD} : \overline{DH} = 2 : 1$ 에서

$\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle DEB &= \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}(3-\sqrt{3}) \times \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16}a^2(\sqrt{3}-1) \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$a^2 = \frac{8}{3}(3+\sqrt{3})$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC &= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3}(3+\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3}+2\end{aligned}$$

48. 대각선의 길이가 $16\sqrt{2}$ 인 정사각형의 네 모서리에서 합동인 4 개의 직각이등변삼각형을 잘라내어 정팔각형을 만들었을 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $512\sqrt{2} - 512$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

$a^2 + a^2 = 512$, $\therefore\ a = 16$

정팔각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

잘라낸 귀퉁이는 두 변이 $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 로 같은 직각이등변삼각형이다.

그런데 정사각형의 한 변의 길이가 16 이므로

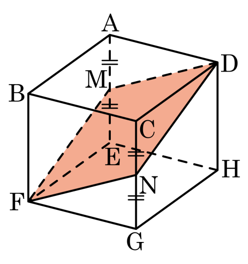
$\frac{\sqrt{2}}{2}x + x + \frac{\sqrt{2}}{2}x = 16$

$\therefore\ x = 16(\sqrt{2} - 1)$

따라서 정팔각형의 넓이

$16^2 - \left\{\frac{1}{2} \times (16 - 8\sqrt{2}) \times (16 - 8\sqrt{2})\right\} \times 4 = 256 - 256(3 - 2\sqrt{2}) = 512\sqrt{2} - 512$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $6\sqrt{6}$ 인 정육면체가 있다. $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □MFND 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $108\sqrt{6}$

해설

□MFND 의 두 대각선의 길이는 각각

$\overline{DF} = 6\sqrt{6} \times \sqrt{3} = 18\sqrt{2}$

$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{6} \times \sqrt{2} = 12\sqrt{3}$ 이므로

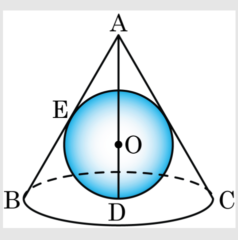
□MFND $= \frac{1}{2} \times 18\sqrt{2} \times 12\sqrt{3} = 108\sqrt{6}$

50. 모선의 길이가 10, 밑면의 반지름의 길이가 5 인 원뿔에 내접한 구의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

해설



$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 5$ 이므로

$\overline{AE} = 10 - 5 = 5$

$\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle AEO$ 에서 $\overline{AO} = 5\sqrt{3} - r$ 이므로

$5^2 + r^2 = (5\sqrt{3} - r)^2$

$25 + r^2 = 75 - 10r\sqrt{3} + r^2$

$10r\sqrt{3} = 50$

$r\sqrt{3} = 5$

$\therefore r = \frac{5\sqrt{3}}{3}$