

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉤ 50에 가까운 수의 모임
- ㉥ 유명한 축구 선수의 모임

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

㉥ ‘유명한’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

2. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?

① 작은 사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임

② 우리반에서 눈이 큰 학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임

③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임

④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임

⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40kg이 넘지 않는 모임

해설

③ ‘작은’이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

3. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) 5 \in A$$

$$(나) x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{1-x} \in A$$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$

$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$

$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$

$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1$ 이다.

4. 다음 중 집합의 원소를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① 5보다 작은 자연수의 모임 $\rightarrow 1, 2, 3, 4$

② 10이하의 소수의 모임 $\rightarrow 2, 3, 5$

③ 우리 나라 사계절의 모임 $\rightarrow$ 봄, 여름, 가을, 겨울

④ 사군자의 모임 $\rightarrow$ 매화, 난초, 국화, 대나무

⑤ 8의 약수의 모임 $\rightarrow 1, 2, 4, 8$

해설

② 10이하의 소수의 모임 $\rightarrow 2, 3, 5, 7$

5. 5 이상 10 미만의 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $5 \notin A$

② $7 \notin A$

③ $8.5 \notin A$

④ $9 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 5, 6, 7, 8, 9 이므로 $8.5 \notin A$ 이고 $9 \in A$ 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 $\Delta, \square$ 을 $A\Delta B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$, $A\square B = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ 로 정의한다. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1, 1\}$ 일 때, $n((A\Delta B) - (A\square B))$ 는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

연산 $\Delta, \square$ 에 대하여 원소를 각각 구하면 다음과 같다. $A\Delta B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A\square B = \{-1, 0, 1\}$

그러므로 $(A\Delta B) - (A\square B) = \{-2, 2\} \therefore n((A\Delta B) - (A\square B)) = 2$

7. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 분수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다. : 유한 집합
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ③ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한 집합
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2,3 뿐이다. : 유한집합

8. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $X = \{1, 2\}$ 이면 $n(X) = 3$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{1, 3, 7\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) = 3$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $X = \{1, 2\}$ 에서 $n(X) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = n(\{1, 5\}) = 2$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 0$

9. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\emptyset\}) = 1$$

$$n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$$

10. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $10 \in B$

③ $\emptyset \subset A$

④ $2 \subset B$

⑤ $7 \in B$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

① $B \subset A$

④ $2 \in B$

⑤ $7 \notin B$

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$ 이다. 다음 중 $A \subset C$ 가 되는 경우는?

① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$

③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}, C = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$

④ $A = \{\emptyset\}, C = \emptyset$

⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, C = \{1, 5, 9, 11\}$

해설

$A \subset B$ 이므로, $B \subset C$ 일 때, $A \subset C$ 의 포함 관계가 성립한다.

① $B = \{1, 2, 4, 8\}, C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 포함 관계 없음.

② $A = \{6, 12, 18, \dots\}, C = \{12, 24, \dots\}$ 이므로 $C \subset A$

③ $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}, C = \{1, 3, 5, \dots\}$ 이므로 $B \subset C$

④ $A = \{\emptyset\}, C = \emptyset$ 이므로 $C \subset A$

⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, C = \{1, 5, 9, 11\}$ 이므로 포함 관계 없음.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \leq x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3개인 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

집합 $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은

$\{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 5, 8\},$

$\{4, 6, 7\}, \{4, 6, 8\}, \{4, 7, 8\},$

$\{5, 6, 7\}, \{5, 6, 8\}, \{5, 7, 8\}, \{6, 7, 8\}$ 의 10개이다.

13. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 $B = \{x + y \mid x \in A, y \in A\}$, $C = \{xy \mid x \in A, y \in A\}$ 일 때, 집합 A, B, C 이 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$

② $A = B \subset C$

③ $A = C \subset B$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$A = \{-1, 0, 1\},$$

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2\},$$

$$C = \{-1, 0, 1\}$$

$$\therefore A = C \subset B$$

14. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 A 의 부분집합의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로 $a = n(A) = 4$ 이다.

$b = (A \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$\therefore a + b = 4 + 16 = 20$

15. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 모든 진부분집합의 개수는 x 개 이고, 집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합이 모두 y 개 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 28

④ 35

⑤ 36

해설

집합 A 의 진부분집합의 개수는

$$x = 2^5 - 1 = 31$$

집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합은 $\{d, e\}$ 의 부분집합 개수와 같다.

$$y = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

$$\therefore x + y = 35$$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

㉠ $\{2, 4, 6, 8\}$

㉡ $\{2, 3, 4, 8\}$

㉢ $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

㉣ $\{2, 4, 6, 8, 9\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

17. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는
부분집합을 구하면

$\{1, 5\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5\},$

$\{1, 2, 5, 20\}, \{1, 4, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5, 20\}$ 이므로 8개이다.

18. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{c, d\} \subset X \subset A$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

X 는 원소 c, d 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합이므로 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 중 원소 6 또는 18 을 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 48 개 ② 52 개 ③ 56 개 ④ 64 개 ⑤ 72 개

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{6-1} = 32 \text{ (개)}$$

원소 18 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{6-1} = 32 \text{ (개)}$$

원소 6, 18 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{6-2} = 16 \text{ (개)}$$

원소 6 또는 18 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$32 + 32 - 16 = 48 \text{ (개)}$$

20. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.