

1. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

- ① $2 \pm \sqrt{2}$ ② $3 \pm \sqrt{2}$ ③ $3 \pm \sqrt{3}$
④ $2 \pm \sqrt{3}$ ⑤ $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4 \\ (x - 2)^2 &= 2 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -1 ② 11 ③ 5 ④ -8 ⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$
근의 공식(깍수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

3. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (쪽)}$$

4. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 하였더니 점 $(2, 14)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 식은 $y = ax^2 - 2$ 이고, 점 $(2, 14)$ 를 지나므로
 $14 = 4a - 2$ 이다.
 $\therefore a = 4$

5. 함수 $y = 5(x - 1)^2 - 2$ 의 꼭짓점과 대칭축을 구하면?

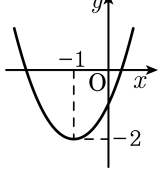
- ① 꼭짓점 $(-1, -2)$, 축 $x = -1$
- ② 꼭짓점 $(-1, -2)$, 축 $x = 1$
- ③ 꼭짓점 $(1, -2)$, 축 $x = -1$
- ④ 꼭짓점 $(1, -2)$, 축 $x = 1$
- ⑤ 꼭짓점 $(-1, 2)$, 축 $x = -1$

해설

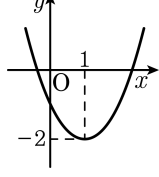
이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점은 (p, q) 이고, 대칭축은 $x = p$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

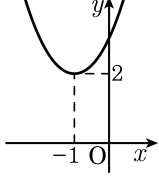
①



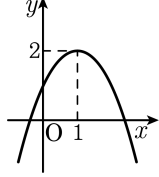
②



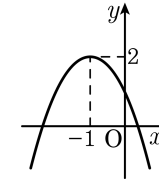
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

7. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

- 가. $y = -\frac{1}{3}x^2$
- 나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$
- 다. $y = -2x^2 + x - 3$
- 라. $y = (x-1)^2 + 1$

- ① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다 ③ 다, 나, 가, 라
- ④ 가, 나, 라, 다 ⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

8. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로
주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면
 $6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$
 $33 - 11a = 0$
 $\therefore a = 3$
주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x - 6)(x + 3) = 0$
 $x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)
 $\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$

9. 두 이차방정식 $x^2 - 4x - a = 0$, $x^2 + bx + c = 0$ 의 공통인 해가 $x = -1$ 이고, $x^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x = -1$ 을 $x^2 - 4x - a = 0$ 에 대입하면 $1 + 4 - a = 0$

$\therefore a = 5$

$x^2 + bx + c = 0$ 은 중근 $x = -1$ 을 갖는다.

$(x + 1)^2 = 0$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$\therefore b = 2, c = 1$

$\therefore a + b + c = 5 + 2 + 1 = 8$

10. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

$\textcircled{\tiny \Gamma} \quad x^2 - 4x + 4 = 0$

$\textcircled{\tiny \Delta} \quad x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$

$\textcircled{\tiny \Xi} \quad x^2 + 8x + 16 = 0$

$\textcircled{\tiny \Theta} \quad x^2 + 6x = 9$

$\textcircled{\tiny \ominus} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

- ① $\textcircled{\tiny \Gamma}$

② $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Delta}$

③ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Xi}, \textcircled{\tiny \ominus}$

④ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Delta}, \textcircled{\tiny \Xi}, \textcircled{\tiny \Theta}$

⑤ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Delta}, \textcircled{\tiny \Xi}, \textcircled{\tiny \Theta}, \textcircled{\tiny \ominus}$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

$\textcircled{\tiny \Gamma} \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$ (중근)

$\textcircled{\tiny \Delta} \quad x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$
 $(3x - 1)^2 = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{3}$ (중근)

$\textcircled{\tiny \Xi} \quad x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$
 $\therefore x = -4$ (중근)

$\textcircled{\tiny \Theta} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ 의 양변에 100을 곱하면
 $25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{2}{5}$ (중근)

11. x 에 관한 이차방정식 $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 중근 a 를 가질 때, ak 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

중근을 가지려면, $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = -(x^2 - 4kx + 3k^2 + 4)$$

$$\therefore \left(-4k \times \frac{1}{2}\right)^2 = 3k^2 + 4$$

$$4k^2 = 3k^2 + 4, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$k = \pm 2$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 \pm 8x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$$\therefore k = 2 \text{ 일 때, 중근 } a = 4 \text{ 또는 } k = -2 \text{ 일 때, 중근 } a = -4$$

$$\therefore ak = 8$$

12. 이차방정식 $x^2+6x+k+1=0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 9 - (k + 1) = 0$$

$$9 - k - 1 = 0$$

$$\therefore k = 8$$

13. 이차방정식 $2x^2+5x+2=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{4}$

해설

$2x^2+5x+2=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha+\beta=-\frac{5}{2}, \alpha\beta=1$

$$\begin{aligned}\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times 1 = \frac{25}{4} - 2 = \frac{17}{4}\end{aligned}$$

14. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

15. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6$, $4a + 2b + c = 0$, $4a - 2b + c = 4$

$a = 2$, $b = -1$, $c = -6$

$\therefore y = 2x^2 - x - 6$

16. 이차함수 $y = -ax^2 + 4ax + 5$ 의 최댓값이 -3 일 때, 상수 a 의 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은 $4a + 5 = -3$ 이므로 $a = -2$ 이다.

17. 지면으로부터 초속 20m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 20t - 5t^2$ 인 관계식이 성립한다. 물체가 가장 높이 올라갔을 때 걸린 시간과 그때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 2초

▷ 정답 : 20m

해설

$h = 20t - 5t^2 = -5(t - 2)^2 + 20$
따라서 $t = 2$ 일 때, 최댓값 20을 갖는다.

18. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

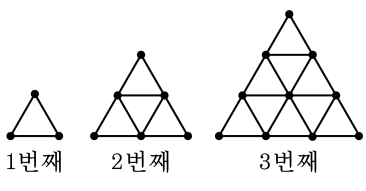
⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

19. 그림과 같이 꼭짓점을 점으로 표현한 삼각형을 규칙적으로 이어 붙여서 n 번째 순서의 삼각형을 만드는데 사용한 점의 개수는 $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 개일 때, 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는?



- ① 5 번째 ② 6 번째 ③ 7 번째
 ④ 8 번째 ⑤ 9 번째

해설

$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 21$ 이므로
 $n^2 + 3n - 40 = 0$
 $(n-5)(n+8) = 0$
 $n > 0$ 이므로 $n = 5$
 따라서 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는 5 번째이다.

20. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

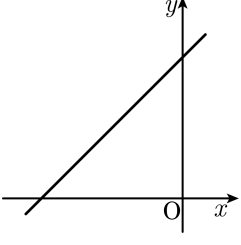
해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

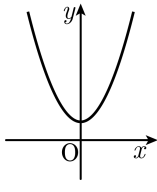
x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

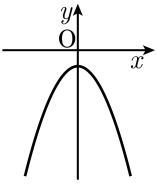
21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



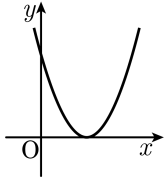
①



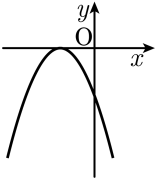
②



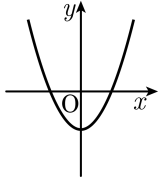
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\frac{4}{3}$

② $a \leq -\frac{4}{3}$

③ $a < \frac{3}{4}$

④ $a \leq -\frac{4}{3}$

⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.

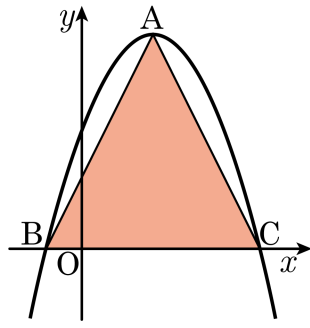
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$$4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

23. 다음은 $y = a(x - 2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 (-1, 0) 이고, C 의 좌표는 (5, 0) 이다.

$y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 (5, 0) 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

24. 이차방정식 $x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, a 의 값과 다른 한 근을 구하여라. (단, 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

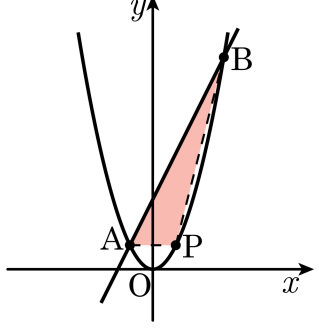
▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면
 $4 - 6a + 2a^2 = 0$
 $2a^2 - 6a + 4 = 0$
 $a^2 - 3a + 2 = 0$
 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
i) $a = 1$ 일 때,
 $x^2 + 3x + 2 = 0, (x + 1)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -2$
따라서 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 조건에 맞지 않는다.
ii) $a = 2$ 일 때,
 $x^2 + 6x + 8 = 0, (x + 2)(x + 4) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = -4$
다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 -4 이다.
 $\therefore a = 2, x = -4$

25. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?

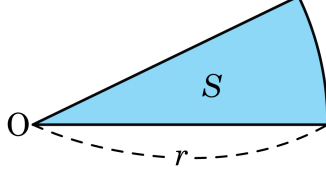


- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
 직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로
 $x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)
 그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

26. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 r cm 일 때, 넓이를 S cm² 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하여라.)



- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

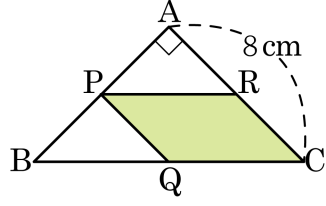
해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 r cm 이라 하면 호의 길이는 $(12 - 2r)$ cm 이다.

$$\begin{aligned} \text{(부채꼴의 넓이)} &= \frac{1}{2}r(12 - 2r) = -r^2 + 6r \\ &= -(r - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

따라서 $r = 3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.

27. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 $\overline{AB}$ 위에 점 P를 잡고, 점 P에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R라 한다. □PQCR의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$$\begin{aligned}
 \overline{BP} &= x \text{라 놓으면} \\
 \square PQCR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ) \\
 &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\} \\
 &= 32 - (x^2 - 8x + 32) \\
 &= -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16
 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, □PQCR의 넓이가 최대가 된다.