

1. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}(x - a)(x - b) &= 0 \\ x^2 - (a + b)x + ab &= 0 \\ a + b &= 3, \quad ab = 2 \\ \therefore ab(a + b) &= 2 \times 3 = 6\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

3. 이차방정식 $(3x - 1)(x + 2) = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$ ② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$
③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$ ④ $x = 1$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

$$3x - 1 = 0 \text{ 또는 } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

4. 이차방정식 $x^2 - 2x - 48 = 0$ 의 해를 a, b (단, $a > b$) 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 22

② 25

③ 28

④ 31

⑤ 34

해설

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$(x + 6)(x - 8) = 0$$

$$a = 8, b = -6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 64 - 36 = 28$$

5. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 두 근이 $-3, b$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = 1, b = 3$

② $a = 2, b = 4$

③ $a = 1, b = 4$

④ $a = -1, b = -4$

⑤ $a = 1, b = -4$

해설

$$x = -3 \text{을 대입하면 } (-3)^2 - a(-3) - 12 = 0$$

$$3a = 12 - 9 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\therefore b = 4$$

6. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 해가 -2, 3 일 때, $b^2 + c^2$ 의 값은?

- ① 7 ② 14 ③ 51 ④ 49 ⑤ 37

해설

$$(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$$

$$b = -1, c = -6 \text{ 이므로 } b^2 + c^2 = 37$$

7. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값은?

① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0 \quad \therefore a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = 5 \times 2 = 10$$

8. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$2(x - 4x + 4) = 0$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

9. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$a = -1$ 또는 $a = 2$,

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

10. 이차방정식 $(x-3)(2x-5) = 5x-4$ 를 $(x-p)^2 = k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$(x-3)(2x-5) = 5x-4$$

$$2x^2 - 11x + 15 - 5x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 19 = 0$$

$$2(x^2 - 8x + 16) = -19 + 32$$

$$2(x-4)^2 = 13$$

$$(x-4)^2 = \frac{13}{2}$$

$$\therefore k = \frac{13}{2}, p = 4$$

$$\therefore k-p = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

11. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}x+4 &= \pm \sqrt{k} \\x &= -4 \pm \sqrt{k} \\(-4 + \sqrt{k})(-4 - \sqrt{k}) &= 13 \\16 - k &= 13 \\\therefore k &= 3\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times (-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

13. 이차방정식 $x - \frac{x^2 + 1}{2} = 0.4(x - 1)$ 의 두 근의 곱은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$10x - 5x^2 - 5 = 4(x - 1)$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 5}}{-5} = \frac{-3 \pm 2}{-5}$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{두 근의 곱} : \frac{1}{5}$$

14. 다음과 같은 방정식에서 $2y - 3x$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -y$)

$$\frac{3(x+1)^2 - 2(1-y)^2}{2(x+1)(1-y)} = \frac{1}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x + 1 = X, 1 - y = Y$ 로 치환하면

$$3X^2 - XY - 2Y^2 = 0$$

$$(3X + 2Y)(X - Y) = 0$$

i) $X = Y$ 일 때

$$x + 1 = 1 - y$$

$x = -y$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

ii) $3X = -2Y$ 일 때

$$3(x + 1) = -2(1 - y)$$

$$3x - 2y = -5$$

$$\therefore 2y - 3x = -(-5) = 5$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b = 0$ 이면 근이 없다.
- ② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.
- ③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ④ $a < 0$ 이면 근이 없다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

16. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, \quad k = 7$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$

$$\begin{aligned}\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1} &= \frac{\beta(\beta+1) + \alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} \\&= \frac{\beta^2 + \beta + \alpha^2 + \alpha}{\alpha + \beta + \alpha\beta + 1} \\&= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{(\alpha + \beta) + \alpha\beta + 1} \\&= \frac{2^2 - 2 \times (-2) + 2}{2 - 2 + 1} = 10\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 2, -3 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 24$

해설

두 근이 2, -3 이고 이차항의 계수가 2 인 이차방정식은

$$2(x-2)(x+3) = 0,$$

$$2x^2 + 2x - 12 = 0 \text{ 이므로}$$

$$a = -2, b = -12$$

$$\therefore ab = 24$$

19. 두 근의 차가 4 인 이차방정식 $x^2 + 2kx + 2k - 3 = 0$ 이 있을 때, 모든 k 의 값의 곱은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

두 근을 α , $\alpha - 4$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 4 = -2k, \alpha(\alpha - 4) = 2k - 3$$

$$\alpha = 2 - k$$

$$(2 - k)(2 - k - 4) = 2k - 3$$

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

$\therefore$ 모든 k 값의 곱은 -1 이다.

20. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 5배 하였더니 제공한 것보다 14가 작아졌다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면
 $5x = x^2 - 14$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x - 7)(x + 2) = 0$
 x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

21. 두 근이 $\frac{1}{3}$, -2 이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 에서 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2) = 3\left(x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\right)$$

$$3x^2 + 5x - 2$$

$a = 5$, $b = -2$ 이므로 $ab = -10$ 이다.

22. 한 근이 $5 - 2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5 + 2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) $= 10$, (두 근의 곱) $= 13$
따라서 $4(x^2 - 10x + 13) = 0$ 이므로
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$ 이다.
따라서 $b = -40, c = 52$, $c - b = 92$

23. 자연수 1부터 n 까지의 합이 $\frac{n(n+1)}{2}$ 일 때, 합이 120이 되려면 1부터 얼마까지 더해야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

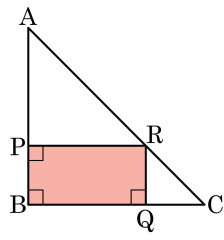
해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120 \text{ 이므로 } n^2 + n - 240 = 0$$

$$(n+16)(n-15) = 0$$

$$n = 15 (\because n > 0)$$

24. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = \overline{CB} = 12\text{ cm}$ 인 직각이등변삼각형이 있다. $\overline{AC}$ 위의 점 R에서 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, PBQR의 넓이가 32 cm^2 가 되도록 하는 $\overline{PR}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PR} > \overline{PB}$)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{PR} = x$ 라 하자.
 $x(12 - x) = 32$
 $-x^2 + 12x - 32 = 0$
 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $\therefore x = 8\text{ cm} (\because x > 6)$

25. 어떤 정사각형의 가로 길이 3 cm 길게 하고, 세로 길이를 5 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 105 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

① 16 cm^2

② 25 cm^2

③ 64 cm^2

④ 144 cm^2

⑤ 225 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+3)(x-5) = 105$ 이므로

$$x^2 - 2x - 15 = 105$$

$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

$$(x+10)(x-12) = 0$$

$$x = 12 \text{ (} \because x > 0 \text{)}$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $12 \times 12 = 144(\text{ cm}^2)$ 이다.