

1. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, $a + 8b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

작은 근은 $x = -1$ 이므로 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 에 대입하면

$$a - 5 - 3 = 0, a = 8$$

$$8x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{8} \text{ 또는 } x = -1$$

$$\text{따라서 다른 한 근 } b = \frac{3}{8}$$

$$\text{따라서 } a + 8b = 8 + 8 \times \frac{3}{8} = 11$$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x - 5 + m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 그때의 해를 구하면?

① $m = 6, x = -1$

② $m = 6, x = 1$

③ $m = 4, x = -1$

④ $m = 4, x = 1$

⑤ $m = -4, x = -1$

해설

$$x^2 + 2x - 5 + m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (-5 + m) = 0$$

$$1 + 5 - m = 0$$

$$\therefore m = 6$$

$m = 6$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$\therefore x = -1$ 일 때 중근을 갖는다.

4. 이차방정식 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

5. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2 = -a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2 \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$

6. 이차방정식 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 13 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$A = -5, B = 13$$

$$\therefore A + B = 8$$

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 10x + 15 + m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값은?

① 5

② -5

③ 10

④ -10

⑤ 15

해설

$$\frac{D}{4} = 25 - (15 + m) = 0$$

$$\therefore m = 10$$

8. 이차방정식 $x^2 - 7x + 3m + 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 -8 일 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 3m + 1 = 0$ 의

두 근의 합 $7 = -n, n = -7$

두 근의 곱 $3m + 1 = -8, 3m = -9, m = -3$

$\therefore m - n = -3 - (-7) = 4$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $2 + 2\sqrt{2}$

② 4

③ $4\sqrt{2}$

④ -6

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \times (-1)}{-1} = -6$$

10. 이차방정식 $3x^2 + ax + 6b = 0$ 의 해가 $x = 2\sqrt{3} + 3$ 일 때, 다른 해를 $x = c$ 라 하자. 이때, $ab - c$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① $8 + 4\sqrt{2}$

② $16 + 2\sqrt{3}$

③ $16 + 3\sqrt{3}$

④ $24 + 2\sqrt{3}$

⑤ $24 + 3\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서 $c = -2\sqrt{3} + 3$

$$-\frac{a}{3} = (2\sqrt{3} + 3) + (-2\sqrt{3} + 3) = 6, a = -18$$

$$\frac{6b}{3} = (2\sqrt{3} + 3) \times (-2\sqrt{3} + 3) = -3, b = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore ab - c = (-18) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-2\sqrt{3} + 3)$$

$$= 27 + 2\sqrt{3} - 3$$

$$= 24 + 2\sqrt{3}$$

11. 다음 보기를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

보기

1부터 n 까지의 합 : 210

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 210$ 이므로 $n^2 + n - 420 = 0$ 이다.

$(n-20)(n+21) = 0$

$\therefore n = 20 (\because n > 0)$

12. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초
④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$$\therefore x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + \sqrt{13}$$

13. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ 일 때, $f(-3) - 2f(0)$ 의 값은?

① 13 ② -13 ③ 14 ④ -14 ⑤ 15

해설

$x = -3$ 을 대입하면 $y = -16$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$ 이므로 $f(-3) - 2f(0) = -16 + 2 = -14$ 이다.

14. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$

② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$

④ $a = 6, b = -6$

⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

15. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

- ㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$
- ㉤ $(-4, -32)$ ㉥ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
 $f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
 $\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉤ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

16. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉣ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉤ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

17. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 9 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9 \\&= 2(x + 1)^2 + 7\end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 2$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m)$, $(3, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = x^2 - 2$ 의 그래프가 두 점 $(-2, m)$, $(3, n)$ 을 지나므로

$$m = 4 - 2 = 2, n = 9 - 2 = 7$$

$y = ax + b$ 에 두 점 $(-2, 2)$, $(3, 7)$ 을 대입하면

$$\begin{array}{r} 2 = -2a + b \\ -) 7 = 3a + b \\ \hline -5 = -5a \end{array}$$

$$a = 1, b = 4$$

$$\therefore a - b = 1 - 4 = -3$$

19. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = -5$$

$$\therefore a + b = 2 + (-5) = -3$$

20. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

21. 다음 함수의 그래프 중에서 제1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = -2x^2 + 2$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = (x-2)^2 + 1$

⑤ $y = -(x+4)^2 - 2$

해설

⑤ $y = -(x+4)^2 - 2$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다.
꼭짓점의 좌표 $(-4, -2)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -18)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

22. 세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a - 2b + c = 14, c = 6, a + b + c = -4$$

$$\therefore a = -2, b = -8, c = 6$$

$$\therefore y = -2x^2 - 8x + 6 = -2(x + 2)^2 + 14$$

23. $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 는 최솟값이 3 인 이차함수식이다. y 절편을 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 값을 구하면?

① 1 ② 5 ③ 9 ④ 13 ⑤ 17

해설

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a = (x + 2a)^2 + a$$

최솟값이 3 이므로 $a = 3$ 이다.

이차함수 $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 의 y 절편 $4a^2 + a = b$ 이므로

$$36 + 3 = b \text{ 에서 } b = 39$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{39}{3} = 13$$

24. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = -1$ 일 때, 최댓값 2 를 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b + c = 2$

해설

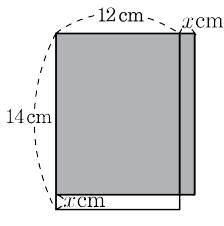
꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$, x^2 의 계수가 $\frac{2}{3}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$ 이다.

$y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$ 를 전개하면 $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$ 이므로

$a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{4}{3}$, $c = \frac{8}{3}$ 이다.

$\therefore a - b + c = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = 2$

25. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}y &= (12 + x)(14 - x) \\&= -x^2 + 2x + 168 \\&= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\&= -(x - 1)^2 + 169\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.