

1. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 않는 것은?

① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$

② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$

③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$

④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$

⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$

즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.

②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

2. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x - 3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

3. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = 2x(x - 1)$

㉡ $y = \frac{x}{3} - 4$

㉢ $y = -3x^2 + 7$

㉣ $y = 2x^3 + x^2 - 5$

㉤ $y = \frac{5}{x^2}$

㉥ $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉥이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x$ 의 그래프는 점 $(a, 2)$ 를 지난다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$x = a, y = 2$ 를 대입하면

$$2 = 2a^2 - 3a, \quad 2a^2 - 3a - 2 = 0, \quad (2a + 1)(a - 2) = 0, \quad \therefore a = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } a = 2$$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

6. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

① 1

② -1

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

7. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 아닌 식을 모두 고르면?

① $y = -(x + 1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = -3(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x - 1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답: $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$$x^2 - 3x = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{17}{4}$$

9. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

10. 두 근의 차가 4 인 이차방정식 $x^2 + 2kx + 2k - 3 = 0$ 이 있을 때, 모든 k 의 값의 곱은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

두 근을 α , $\alpha - 4$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 4 = -2k, \alpha(\alpha - 4) = 2k - 3$$

$$\alpha = 2 - k$$

$$(2 - k)(2 - k - 4) = 2k - 3$$

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

$\therefore$ 모든 k 값의 곱은 -1 이다.

11. 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

보기

㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2$

㉡ $y = 3x^2$

㉢ $y = -3x^2$

㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠과 ㉢이다.
- ② x 축 위쪽에 나타나지 않는 그래프는 ㉡, ㉣이다
- ③ ㉡와 ㉢의 그래프는 y 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ④ 폭이 가장 좁은 그래프는 ㉠이다.
- ⑤ 폭이 가장 넓은 그래프는 ㉣이다.

해설

- ⑤ a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

12. 이차함수 $y = 3x^2 + 2$, $y = 3(x-2)^2$ 의 그래프에 대해 설명한 것으로 옳은 것은?

- ① 대칭축이 서로 같다.
- ② 꼭짓점의 좌표가 같다.
- ③ $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ④ 모두 x 축과 만난다.
- ⑤ 점 $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ 을 지난다.

해설

$y = 3x^2 + 2$ 는 $y = 3x^2$ 을 y 축으로 2 만큼 평행이동한 것이고
 $y = 3(x-2)^2$ 은 $y = 3x^2$ 을 x 축으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

13. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

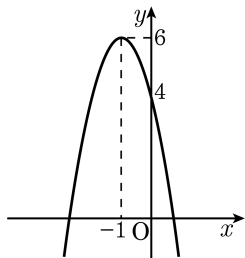
$$y = -3x^2 + kx + 7$$

$$= -3(x - 4)^2 + 55$$

$$= -3x^2 + 24x + 7$$

$$\therefore k = 24$$

14. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고, 점 $(0, 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + 6$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 1)^2 + 6$$

$$\therefore a = -2$$

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 1)^2 + 6 \\ &= -2x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$$

15. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$

③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$

④ $(-2, 3)$

⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

16. 이차함수 $y = -2x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 8일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2x^2 + 2ax$$

$$= -2 \left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

최댓값이 8 이므로 $\frac{a^2}{2} = 8$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 16$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

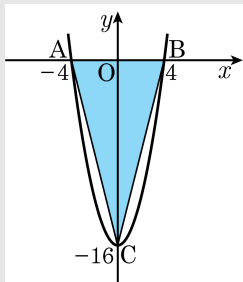
▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

x 축과의 교점 A, B 는 $x^2 - 16 = 0$ 의 근과 같다.
따라서 $x = \pm 4$ 이다.

꼭짓점의 좌표는 $(0, -16)$ 이다.



구하는 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.

18. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$ m

② 8m

③ $\frac{17}{2}$ m

④ 3m

⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y \text{ m}^2$, 반지름의 길이를 $x \text{ m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2} \text{ m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4} \text{ m}^2$ 을 가진다.

19. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

20. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

21. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

22. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로
 $a + b = 42$ 이다.

23. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

24. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

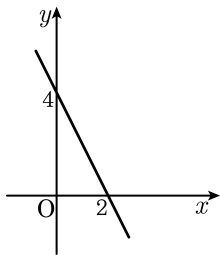
$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수)이다.

25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
 ③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$

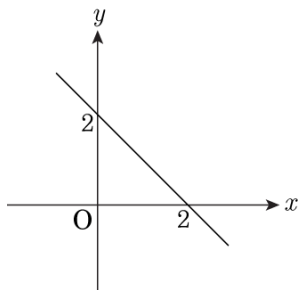
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

26. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

기울기 $a = -1$, y 절편 $b = 2$

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 5$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 5 이다.

27. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

a 에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$1 + c = 0, 2b = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$

28. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x - a = 0$ 에 대입하면 $4 - 10 - a = 0$

$$\therefore a = -6$$

또 $x^2 + bx + c = 0$ 은 $x = 2$ 가 중근이므로

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$$

29. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2n^2 - 2x + 2n^2x = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 하고, $S(n) = \frac{1}{(p_1-1)(q_1-1)} + \frac{1}{(p_2-1)(q_2-1)} + \cdots + \frac{1}{(p_n-1)(q_n-1)}$ 이라고 한다. $S(15) = \frac{b}{a}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로 소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$x^2 + 2n^2 - 2x + 2n^2x = 0$$

$$x^2 - (2 - 2n^2)x + 2n^2 = 0$$

$$p_n + q_n = 2 - 2n^2$$

$$p_n q_n = 2n^2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p_n-1)(q_n-1)} &= \frac{1}{p_n q_n - (p_n + q_n) + 1} \\ &= \frac{1}{2n^2 + 2n^2 - 2 + 1} \\ &= \frac{1}{4n^2 - 1} \\ &= \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore S(n) &= \frac{1}{(p_1-1)(q_1-1)} + \frac{1}{(p_2-1)(q_2-1)} \\ &\quad + \cdots + \frac{1}{(p_n-1)(q_n-1)} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right. \\ &\quad \left. + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) \end{aligned}$$

$$\therefore S(15) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{31} \right) = \frac{15}{31} = \frac{b}{a}$$

따라서 $a-b = 16$ 이다.

30. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

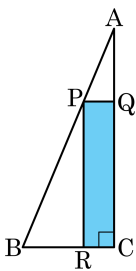
$$25t - 5t^2 = 20$$

$$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t - 4)(t - 1) = 0$$

$$\therefore t = 1, 4$$

$$\therefore A = 4 - 1 = 3 \text{ (초)}$$

31. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = 36$, $\overline{BC} = 15$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 위의 한 점 P에서 나머지 변에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라고 하자. 사각형 PQCR의 넓이가 120 일 때, 선분 BR의 길이를 구하여라. (단, $\overline{BR} > \overline{RC}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle APQ$ 와 $\triangle ABC$ 가 닮음이므로

$$\overline{PQ} = x \text{ 라 하면 } \overline{AQ} = \frac{12}{5}x$$

$$\overline{QC} = 36 - \frac{12}{5}x$$

$$\text{따라서 } x \left(36 - \frac{12}{5}x \right) = 120$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x - 10)(x - 5) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\overline{RC} = 5 \text{ 또는 } 10$$

$$\overline{RC} = 5 \text{ 일 때, } \overline{BR} = 15 - 5 = 10$$

$$\overline{RC} = 10 \text{ 일 때, } \overline{BR} = 15 - 10 = 5$$

$$\therefore \overline{BR} > \overline{RC} \text{ 이므로 } \overline{BR} = 10$$

32. 두 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2x^2 + 10$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중, x , y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 35개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$$3x^2 = 2x^2 + 10$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{10}$$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$ 이고,

y 좌표의 범위는 $3x^2 < y < 2x^2 + 10$

정수인 x 좌표는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

(1) $x = \pm 3$ 일 때, $27 < y < 28$ 이므로 정수인 y 는 없다.

(2) $x = \pm 2$ 일 때, $12 < y < 18$ 이므로 $y = 13, 14, 15, 16, 17$

(3) $x = \pm 1$ 일 때, $3 < y < 12$ 이므로 $y = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

(4) $x = 0$ 일 때, $0 < y < 10$ 이므로 $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

따라서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점은

$$2 \times (5 + 8) + 9 = 35(\text{개}) \text{이다.}$$

33. $f(-3) = 15$, $f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-9)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{125}{93}$

해설

$$f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x) \text{ 에서 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9f(9) = f(-3) = 15$$

$$\therefore f(9) = \frac{5}{3}$$

따라서

$$f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x) \text{ 에서 } f(x^2) = \frac{f(x)}{(x^2 + x + 3)} \text{ 이고}$$

$$f(x^2) \cdot (x^2 - x + 3) = f(-x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(-x) &= f(x^2) \cdot (x^2 - x + 3) \\ &= \frac{f(x)}{(x^2 + x + 3)} \cdot (x^2 - x + 3) \end{aligned}$$

이 식에 $x = 9$ 를 대입하면

$$f(-9) = \frac{5}{93} \times 75 = \frac{125}{93} \text{ 이다.}$$