

1. 다음 이차함수에 대하여 []에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은?

① $y = -2x^2 \quad [-1] \Rightarrow y = -2$

② $y = (x - 3)^2 \quad [2] \Rightarrow y = 1$

③ $y = (x + 2)(x - 3) \quad [2] \Rightarrow y = 4$

④ $y = x^2 - 3 \quad [1] \Rightarrow y = -2$

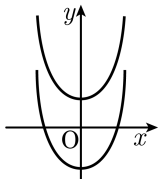
⑤ $y = (x + 1)^2 - 4 \quad [-1] \Rightarrow y = -4$

해설

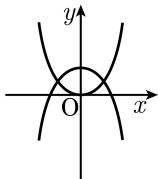
③ $y = -4$

2. x 축에 대하여 서로 대칭인 두 그래프를 알맞게 나타낸 것은?

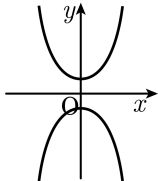
①



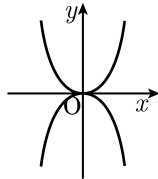
②



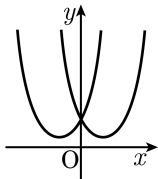
③



④



⑤



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

3. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭

이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.

㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$

㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로

$x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

4. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

① $(0, 0)$

② $(0, -2)$

③ $(3, 0)$

④ $(0, 3)$

⑤ $(-2, 0)$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

5. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x + 2)^2 + 4$

② $y = -2(x + 3)^2 + 3$

③ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x + 3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x + 1 + 2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x + 3)^2 + 3$$

6. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

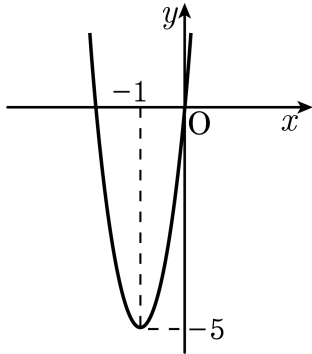
⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\&= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



- ① $y = -x^2 + 2x$ ② $y = -2x^2 + 4x$ ③ $y = -2x^2 - 4x$
 ④ $y = 4x^2 + 4x$ ⑤ $y = 5x^2 + 10x$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x + 1)^2 - 5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $0 = a - 5 \quad \therefore a = 5$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 5(x + 1)^2 - 5 = 5x^2 + 10x$ 이다.

8. 다음 이차방정식의 해를 구하면?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

9. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a - 2) = 0$

$a > 0$ 이므로 $a = 2$

$a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = -1$

따라서 두 근의 합은 1이다.

10. 두 이차방정식 $x^2 + x - p = 0$, $x^2 - qx - 8 = 0$ 의 공통인 근이 1일 때, $2p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 8 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$p = 2, q = -7$$

$$\therefore 2p + q = -3$$

11. 이차방정식 $x^2 + 6x + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 6$

해설

$x^2 + 6x + k + 3 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 9 - (k + 3) = 0$$

$$\therefore k = 6$$

12. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$4x^2 - 8x + a = 0$$

$$4(x^2 - 2x) = -a$$

$$4(x^2 - 2x + 1) = -a + 4$$

$$4(x - 1)^2 = -a + 4$$

$$-a + 4 = 0$$

$$\therefore a = 4$$

13. 실수 a, b 에 대하여 $a \circ b = ab - a - b$ 라고 할 때, $(x-1) \circ (x+2) = x+2$ 의 두 근을 α, β 라 한다. 이때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}(x-1) \circ (x+2) \\&= (x-1)(x+2) - (x-1) - (x+2) \\&= x+2\end{aligned}$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 14$$

14. 자전거 보관소에 두 발 자전거와 세 발 자전거가 보관되어 있는데, 두 발 자전거가 세 발 자전거보다 6 대 많고 두 자전거의 수의 곱이 187 이라고 한다. 두 발 자전거의 수는?

① 12대

② 15대

③ 17대

④ 18대

⑤ 20대

해설

두 발 자전거를 x 대라 하면 세 발 자전거는 $(x - 6)$ 대이다.

두 자전거의 수의 곱이 187 이므로, $x(x - 6) = 187$

정리하면 $x^2 - 6x - 187 = 0$

$(x - 17)(x + 11) = 0$

$\therefore x = 17 (\because x > 0)$

따라서 두 발 자전거는 17 대이다.

15. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

16. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,

$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1, 5$$

y 절편이 -5 이므로 $r = -5$

$$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$$

17. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 5 일 때, k 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$y = (x + 1)^2 + k - 1$$

$$\text{최솟값 } k - 1 = 5$$

$$\therefore k = 6$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$,

$$\text{따라서 } y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$$

19. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

20. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
 ㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
 ㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
 ㉤ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha(\alpha + 2) = 24 \text{에서 } \alpha = 4 \text{ 또는 } -6$$

㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$

㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.

㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$

$$\therefore m = 13$$

㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

21. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

22. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

23. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

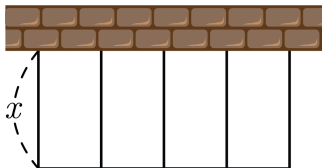
$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$ 이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$ 이다.

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

25. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



① 140m^2

② 160m^2

③ 180m^2

④ 200m^2

⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은 $x \left(\frac{60-5x}{4} \right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

26. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px + ap + q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$ 를 대입하면

$$4a + 2p + ap + q = 0$$

$$(4 + p)a + 2p + q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$4 + p = 0, 2p + q = 0$$

$$p = -4, 2p + q = 0, q = 8$$

$$\therefore p + q = -4 + 8 = 4$$

27. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $\frac{2p^3}{3p^2 - p - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 이므로

$$p^2 - 2p - 1 = 0$$

$$\therefore p^2 = 2p + 1$$

$$p^3 = 2p^2 + p = 2(2p + 1) + p = 5p + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2p^3}{3p^2 - p - 1} &= \frac{2(5p + 2)}{3(2p + 1) - p - 1} \\ &= \frac{10p + 4}{5p + 2} \\ &= 2\end{aligned}$$

28. 이차방정식 $x^2 - 4mx + 3m^2 + 4m - 9 = 0$ 은 서로 다른 두 근을 갖고, 서로 다른 두 근은 모두 정수이다. 이 때, m 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 4mx + 3m^2 + 4m - 9 = 0,$$

$$x = 2m \pm \sqrt{4m^2 - 3m^2 - 4m + 9}$$

해가 정수이므로 근호 안은 제곱수가 된다.

따라서, $4m^2 - 3m^2 - 4m + 9 = k^2$ ($k > 0$) 이라 두고 식을 정리하면

$$m^2 - 4m + 9 - k^2 = 0, m^2 - 4m + 4 - k^2 + 5 = 0,$$

$$(m - 2)^2 - k^2 = -5, (m - 2 - k)(m - 2 + k) = -5,$$

$m - 2 - k = -1, m - 2 + k = 5$ 와 $m - 2 - k = -5, m - 2 + k = 1$ 의 두 가지 경우가 된다.

(k 가 양의 정수이므로 정수를 더한 경우가 더 크다.)

각각을 연립해서 풀면 $m = 4, m = 0$ 의 두 경우가 되고,

$m = 4$ 인 경우 준식에 대입하면 $x^2 - 16x + 55 = 0, (x - 5)(x - 11) = 0$ 이므로 $x = 5, 11$

$m = 0$ 인 경우 $x^2 - 9 = 0$ 이므로 $x = \pm 3$ 이 된다.

따라서 $4 + 0 = 4$ 이다.

29. 방정식 $x^2 - 5x + 5 = |x - 3|$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

▷ 정답: $x = 2 - \sqrt{2}$

해설

i) $x \geq 3$ 일 때

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 4$$

이때, $x \geq 3$ 이므로 $x = 4$

ii) $x < 3$ 일 때, $x^2 - 4x + 2 = 0$

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

이때, $x < 3$ 이므로 $x = 2 - \sqrt{2}$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2 - \sqrt{2}$ 이다.

30. x 축 위의 두 점 $A(5, 0)$, $B(-3, 0)$ 과 이차함수 $y = a(x+1)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -12$ 와의 두 교점 C , D 를 연결한 사각형은 평행사변형일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 8$$

점 C와 D는 직선 $x = -1$ 을 중심으로 좌우대칭이므로 $B(-5, -12)$, $C(3, -12)$

점 C와 점 D는 $y = a(x+1)^2$ 위의 점이므로

$$-12 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$

31. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A(1, 0), B(-7, 0)이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 28이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (1 + 7) \times m = 28 \quad \therefore m = 7$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -7, 1 이므로 y 절편은 음수이다. $y = a(x+7)(x-1)$ 의 그래프가 (0, -7) 을 지나므로

$$-7 = -7a \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} y &= (x+7)(x-1) \\ &= x^2 + 6x - 7 \\ &= (x+3)^2 - 16 \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.