

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 6과 18의 최대공약수는 3 이다.
- ② 설악산은 제주도에 있다.
- ③ $x = 2$ 이면 $3x = 6$ 이다.
- ④ $x + 1 < 0$
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

2. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 직사각형은 사다리꼴이다.
- ② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.
- ③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.
- ④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.
- ⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

3. 명제 ‘ $a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다 ’의 대우를 구하면?

① $a^2 \geq b^2$ 이면 $a > b$ 이다

② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$ 이다

③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$ 이다

④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다

⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다

4. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

5. 다음 중 $x > 7$ 의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은?

- ① $x > 7$ ② $x < 7$ ③ $x \geq 7$ ④ $x \leq 7$ ⑤ $x = 7$

6. $x-1=0$ 이 $2x^2+ax-1=0$ 이기 위한 충분조건일 때 상수 a 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$ 인 것은 $A \subset B$ 이기 위한 조건이다.

 답: _____

8. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$, $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$

② $A < C < B$

③ $B < A < C$

④ $C < A < B$

⑤ $C < B < A$

9. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

10. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 9$ 일 때 abc 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

⑤ 27

11. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

12. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

 답: _____

13. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

 답: _____ 조건

14. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

 답: 조건

15. $x-4=0$ 이 $x^2+ax-48=0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

16. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

- ① 필요 ② 충분
③ 필요충분 ④ 아무 조건도 아니다.
⑤ q 에 따라 다르다.

17. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$\begin{array}{l} A = 3x^2 - xy + 2y^2 \\ B = 2x^2 + 3xy - 3y^2 \end{array}$$

- ① $A < B$ ② $A \leq B$ ③ $A > B$
④ $A \geq B$ ⑤ $A = B$

18. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

- ① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$
④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

19. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{일 때, 성립)} \end{aligned}$$

- ① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$
- ② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$
- ③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$
- ④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$
- ⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

20. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

 답: _____

21. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

22. 양수 x 에 대하여 $\frac{x^2+2x+2}{x}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때,
 $-2a + b + 1$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

23. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

24. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

25. 다음 중 명제 ‘어떤 실수의 제곱은 음수이다.’의 부정으로 옳은 것은?
- ① 어떤 실수의 제곱은 양수이다.
 - ② 모든 실수의 제곱은 양수이다.
 - ③ 어떤 실수의 제곱은 0이다.
 - ④ 모든 실수의 제곱은 음수가 아니다.
 - ⑤ 어떤 실수의 제곱은 음수가 아니다.

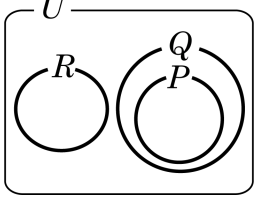
26. 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $|x| + |y| = 0$ '의 부정과 같은 것은?

- ① $x = y = 0$
- ② $x = y \neq 0$
- ③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$
- ④ x, y 중 적어도 하나는 0 이다.
- ⑤ x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

27. ‘모든 중학생은 고등학교에 진학한다’의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 고등학교에 진학하지 않는 중학생도 있다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

28. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, 이들 사이의 포함 관계는 다음 그림과 같다. 다음 명제 중 거짓인 것은?



- ① $r \rightarrow \sim q$
- ② $r \rightarrow \sim p$
- ③ $p \rightarrow \sim r$
- ④ $\sim q \rightarrow \sim p$
- ⑤ $p \rightarrow \sim q$

29. 전체집합을 $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합 U 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의 x, y 에 대하여 $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한 x 에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x 가 존재한다.

30. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$
$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

31. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 두 집합을 각각 P, Q 라 하자. $P = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $Q = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $p \rightarrow \sim q$ 가 거짓임을 보이는 원소는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

32. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

33. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

34. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참이 되는 것은?

① $q \rightarrow p$

② $r \rightarrow \sim p$

③ $\sim p \rightarrow r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow r$

35. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

 답: _____ 개

36. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면 $P \cup Q = P$, $P \cap R = \phi$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $p \rightarrow \sim r$

② $\sim p \rightarrow \sim q$

③ $q \rightarrow r$

④ $q \rightarrow \sim r$

⑤ $r \rightarrow \sim p$

37. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x - 1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 4$

② $a > 4$

③ $a \geq 4$

④ $a > 2$

⑤ $2 \leq a \leq 4$

38. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$

② $p \Rightarrow \sim r$

③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$

⑤ $\sim s \Rightarrow q$

39. P 섬에 사는 사람들은 오직 진실만을 말하고, Q 섬에 사는 사람들은 오직 거짓만을 말한다. 이 두 섬으로부터 온 세 사람 A, B, C가 있다. A, B는 다음과 같이 말했다.

A : 우리는 모두 Q 섬에서 왔다.B : 우리들 중 오직 한 사람만이 P 섬에서 왔다.

A, B, C는 각각 어느 섬으로부터 왔는가?

- ① A,B는 P 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ② A,B는 Q 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ③ A,B,C는 모두 Q 섬에서 왔다.
- ④ B 는 P 섬, A,C는 Q 섬에서 왔다.
- ⑤ B 는 Q 섬, A,C 는 P 섬에서 왔다.

40. 다음은 자연수 n 에 대하여 명제 ‘ n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.’를 증명한 것이다.

주어진 명제의 대우를 구하면 ‘ n 이 3의 배수가 아니면 n^2 도 $\boxed{\text{㉠}}$ 이다. n 이 3의 배수가 아니므로 $n = 3m \pm \boxed{\text{㉡}}$ (m 은 자연수)에서 $n^2 = 9m^2 \pm 6m + 1 = 3(3m^2 \pm 2m) + 1$ 따라서, $3m^2 \pm 2m$ 이 $\boxed{\text{㉢}}$ 이므로 n^2 은 $\boxed{\text{㉣}}$ 그러므로 대우가 $\boxed{\text{㉤}}$ 이므로 주어진 명제도 $\boxed{\text{㉥}}$ 이다.

위

의 과정에서 빈칸에 들어갈 수나 식이 잘못 연결된 것은?

- ① (가) 3의 배수가 아니다.
- ② (나) 1
- ③ (다) 자연수
- ④ (라) 3의 배수이다.
- ⑤ (마) 참

41. 다음 중 틀린 것은?

- ① $a^2 + b^2 = 0$ 은 $a = b = 0$ 이기 위한 필요조건이다.
- ② $xy \leq 1$ 또는 $x + y \leq 2$ 는 $x \leq 1$ 또는 $y \leq 1$ 이기 위한 필요충분조건이다.
- ③ $x = 3$ 은 $x^2 - x - 6 = 0$ 이기 위한 충분조건이다.
- ④ a, b, c 가 실수일 때, $ac = bc$ 는 $a = b$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ $x + y$ 가 유리수인 것은 x, y 모두가 유리수이기 위한 필요조건이다.

42. 다음은 “실수를 계수로 갖는 세 개의 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ 중 적어도 하나는 실근을 갖는다”는 것을 증명한 것이다. 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 부등호를 차례대로 쓰면?

증명

주어진 방정식이 모두 허근을 갖는다고 가정하면
 $b^2 - ac \not\geq 0$, $c^2 - ab \not\geq 0$, $a^2 - bc \not\geq 0$
세 식을 같은 변끼리 더하면
 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \not\geq 0$
좌변을 변형하면
 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$
 $= \frac{1}{2}((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2) \not\geq 0 \cdots \textcircled{가}$
그런데 a, b, c 는 실수이므로
 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0 \cdots \textcircled{나}$
따라서, $\textcircled{나}$ 은 $\textcircled{가}$ 에 모순이므로 세 방정식 중 적어도 하나는 실근을 갖는다.

- ① <, <, ≥
- ② <, <, >
- ③ <, >, <
- ④ ≥, ≥, ≤
- ⑤ ≥, ≤, ≥

43. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수 a, b, H 에 대하여
적당한 실수 r 가 존재하여
 $a = H + \frac{a}{r}, H = b + \frac{b}{r} \cdots (A)$ 가 성립한다고 하자.
그러면 $a \neq b$ 이고 $\frac{a-H}{a} = \frac{b-H}{b} \cdots (B)$ 이므로
 $H = \frac{a+b}{2}$ 이다.
역으로, $a \neq b$ 인 양수 a, b 에 대하여
 $H = \frac{a+b}{2}$ 이면,
식 (B) 가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.
 (B) 에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{b-H}{b}$ 이라 놓으면
식 (A) 가 성립한다. 따라서 양수 a, b, H 에 대하여 적당한 실수 r 이 존재하여
식 (A) 가 성립하기 위한 $(\Leftarrow)$ 조건은
 $a \neq b$ 이고 $H = \frac{a+b}{2}$ 이다.

위의 증명에서 $(\Rightarrow), (\Leftarrow), (\Leftarrow)$ 에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

- ① $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}, \text{필요충분}$

② $\frac{H-b}{b}, \frac{ab}{a+b}, \text{필요충분}$
- ③ $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}, \text{충분}$

④ $\frac{b-H}{b}, \frac{2ab}{a+b}, \text{필요}$
- ⑤ $\frac{b-H}{b}, \frac{ab}{a+b}, \text{충분}$

44. 반지름이 r (cm)인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r$ (cm^2)

② r^2 (cm^2)

③ $2r^2$ (cm^2)

④ $\sqrt{2}r^2$ (cm^2)

⑤ $\frac{r^2}{2}$ (cm^2)

45. 제곱의 합이 일정한 두 실수 a, b 에 대하여 $a + 2b$ 가 최대일 때, a 와 b 사이의 관계는?

① $b = 2a$

② $a = 2b$

③ $a = b$

④ $a^2 = b$

⑤ $b^2 = a$