1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 10 보다 큰 짝수들의 모임

② 아주 큰 수들의 모임

③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임

④ 예쁜 강아지들의 모임

⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

'아주 큰', '예쁜' 은 명확한 기준이 될 수 없다.

2. 10 미만의 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 <u>틀린</u> 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $10 \in A$　　㉡ $5 \notin A$　　㉢ $2 \in A$

㉣ $12 \notin A$　　㉤ $8 \notin A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $10 \notin A$,

㉤ $8 \in A$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $10 \in A$ ② $9 \notin A$ ③ $A \subset B$

④ $\{3\} \subset B$ ⑤ $B \not\subset A$

해설

① $10 \notin A$

② $9 \in A$

③ $A \not\subset B$

⑤ $B \subset A$

4. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{2, 4, 6\}$ ② ϕ ③ $\{0, 2, 4, 6\}$

④ $\{6, 8\}$ ⑤ $\{2, 6, 8\}$

해설

'0' 은 집합 A 에 속하지 않는다.

5. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 것은?

① $\{L,\ O,\ V,\ E\}$

② $\{x \mid x$는 25의 약수$\}$

③ $\{x \mid x$는 $-2 \le x \le 0$인 자연수$\}$

④ $\{x \mid x$는 짝수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10보다 작은 소수$\}$

해설

① 16 개 ② 8 개 ③ $\varnothing$
④ 무한집합 ⑤ 16 개

6. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 진부분집합 중 a 와 b 를 반드시 포함하는 진부분집합의 개수는?

① 15 개 ② 16 개 ③ 31 개 ④ 32 개 ⑤ 63 개

해설

$(a,\ b)$ 를 뺀 $\{c, d, e, f\}$ 로 이루어진 부분집합의 개수를 구하면 $2^4 = 16$ 이므로,

$\therefore$ 진부분집합의 개수는 $16 - 1 = 15$(개)

7. $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 원소 a 를 포함하고 b 는 포함하지 않은 부분집합의 개수는?

① 4 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 16 개

해설

$2^{5-1-1} = 2^3 = 8$(개)

8. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 31 개일 때, $n(A)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수)= (부분집합의 수)–1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $31 + 1 = 32$ 개이며,
$2^n = 32 \ \therefore n = 5$ 이다.

9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합에 대하여 주어진 집합 ㉠, ㉡, ㉢에 대하여 서로 같은 것을 ㉣, ㉤, ㉥ 중 찾아 순서대로 쓰시오.

㉠ $\{1,\ 2,\ 4\}^C$ ㉡ $(\{1,\ 2,\ 3,\ 5\} \cap \{2,\ 3,\ 5,\ 6\})^C$ ㉢ $\{1,\ 3,\ 4,\ 6\}^C$

㉣ $\{2,\ 5\}$ ㉤ $\{3,\ 5,\ 6\}$ ㉥ $\{1,\ 4,\ 6\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

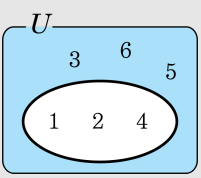
▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

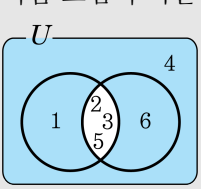
▷ 정답 : ㉣

해설

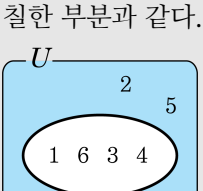
i) $\{1, 2, 4\}^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



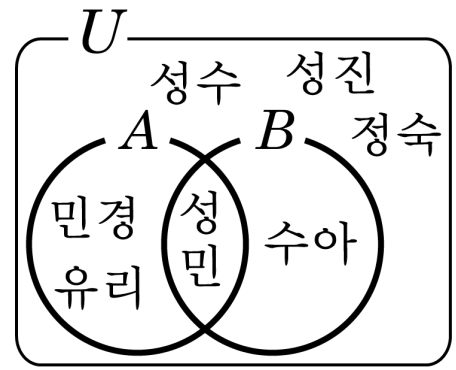
ii) $(\{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5, 6\})^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



iii) $\{1, 3, 4, 6\}^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



10. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $U = \{$성수, 유리, 민경, 성민, 수아, 성진, 정숙$\}$

② $B^c = \{$유리 , 민경 , 성수 , 성진 , 정숙$\}$

③ $A - B = \{$유리 , 민경$\}$

④ $B - A = \{$수아 , 성민$\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{$성수, 성진, 정숙$\}$

해설

④ $B - A = \{$수아$\}$

11. 집합 $A = \{0, 1\}$ 일 때, 집합 $X = \{(2x+1)y \mid x \in A, y \in A\}$ 의 원소 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 0, y = 0$ 일 때, $(2x+1)y = 0$
$x = 0, y = 1$ 일 때, $(2x+1)y = 1$
$x = 1, y = 0$ 일 때, $(2x+1)y = 0$
$x = 1, y = 1$ 일 때, $(2x+1)y = 3$
따라서 가장 큰 수는 3 이다.

12. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

① $\varnothing$

② $\{x \mid x$는 두 자리의 자연수$\}$

③ $\{x \mid x$는 분자가 1인 분수$\}$

④ $\{x \mid x$는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수 $\}$

⑤ $\{x \mid x$는 100보다 크고 101보다 작은 자연수$\}$

해설

③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \cdots\right\}$: 무한집합

④ $\{2, 5, 8 \cdots\}$: 무한집합

13. 집합 $A = \{\varnothing,\ 1,\ \{1,\ 2\}\}$에 대하여 $A \subset B$이고, $B - A = \{\{1\},\ 2\}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \in B$

② $\{1\} \in B$

③ $\{1,\ \{1\}\} \subset B$

④ $\{1,\ 2\} \in B$

⑤ $\{1,\ 2,\ \{1\},\ \{2\}\} \subset B$

해설

⑤에서 $\{2\}$라는 원소는 A, B 어느 곳에도 존재하지 않는다.

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\{\varnothing\} \subset \varnothing$

② $\{a,\ b,\ c\} \subset \{a,\ b,\ c,\ d\}$

③ $A = \{x \mid x\text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$ 이면, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \subset A$ 이다.

④ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \subset A$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1,\ 4\} \subset B$

⑤ $\{4,\ 5\} \subset \{5,\ 4\}$

해설

① $\{\varnothing\} \not\subset \varnothing$

15. 집합 $A = \{x \mid x$는 8보다 작은 짝수$\}$ 일 때, 다음 중 A 의 진부분집합이 아닌 것은?

① $\varnothing$ ② $\{2\}$ ③ $\{4\}$

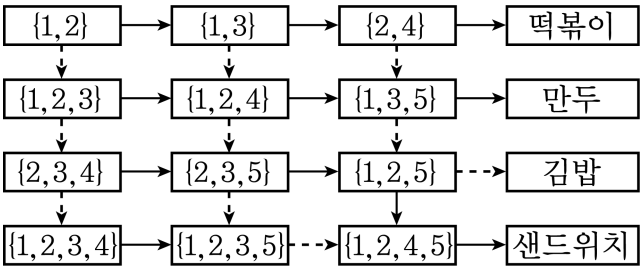
④ $\{4,\ 6\}$ ⑤ $\{2,\ 4,\ 6\}$

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6\}$ 이므로 ⑤는 A 의 진부분집합이 아니다.

16. 정훈이는 친구들과 함께 간식을 먹기 위해 다음과 같은 규칙으로 게임을 하였다. 정훈이가 먹을 수 있는 간식을 구하여라.

[규칙 1] {1, 2, 3, 4, 5} 의 부분집합 중 원소 1, 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는다.
[규칙 2] ☐ 안에 집합이 [규칙1]을 만족하면 점선을 따라서, 만족하지 않으면 실선을 따라간다.
[규칙 3] {1, 2} 에서 시작한다.

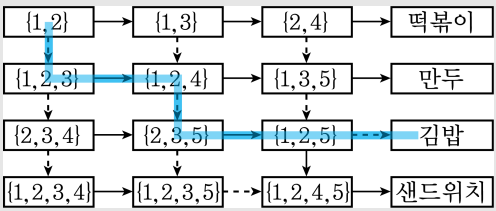


▶ 답 :

▷ 정답 : 김밥

해설

{1, 2, 3, 4, 5} 의 부분집합 중 원소 1, 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합을
{1, 2}, {1, 2, 4}, {1, 2, 5}, {1, 2, 4, 5} 이다.
규칙에 맞게 따라가면 다음과 같다.



17. 집합 $A = \{6, 12, 18, \cdots\}$, $B = \{12, 24, 36, \cdots\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

① $\varnothing$

② $\{x \mid x$는 4의 배수$\}$

③ $\{x \mid x$는 8의 배수$\}$

④ $\{x \mid x$는 8의 약수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 12의 배수$\}$

해설

$A \cap B$ 은 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 의미한다.
$A \cap B = \{12, 24, 36, \cdots\}$ 이므로
조건제시법으로 고쳐보면
$A \cap B = \{x \mid x$는 12의 배수$\}$가 된다.

18. 집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \subset A$ ② $A \subset A$ ③ $A \subset (A \cup B)$

④ $A \subset (A \cap B)$ ⑤ $(B \cap A) \subset B$

해설

④ $A \supset (A \cap B)$

19. 두 집합 $A = \{3, 4, a+1\}, B = \{a, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 5\}$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$A \cap B = \{4, 5\}$ 이므로 $A = \{3, 4, 5\}$

$\therefore a + 1 = 5$, $a = 4$

$B = \{4, 5, 6\}$

$\therefore A \cup B = \{3, 4, 5, 6\}$ 이다.

원소의 합은 $3 + 4 + 5 + 6 = 18$ 이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset B$

③ $A \cap B = B$

④ $(B \cap \varnothing) \cup A = \varnothing$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B) \subset B$

해설

$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다.
③ $A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$ 이다.
④ $(B \cap \varnothing) \cup A = \varnothing \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.
⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 는 $B \subset A$ 와 같으므로 옳지 않다.

21. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A \cup X = A$ 이면 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore\ (A \cap B) \subset X \subset A$

$A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 는 3, 4, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

22. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}, B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

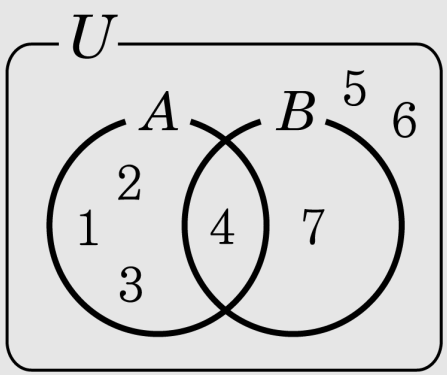
23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{4, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{5, 6\}$ ② $\{6, 7\}$ ③ $\{4\}$

④ $\{5, 6, 7\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 4, 7\})^c = \{5, 6\}$ 이다.



24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B$ 와 다른 집합은?

① $(A \cup B) - B$

② $A - (A \cap B)$

③ $A \cap B^c$

④ $B^c - A^c$

⑤ $(A \cup B) - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B = B^c - A^c$ 이므로 ⑤이다.

25. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \cap (A \cap B^c)^c$을 간단히 나타내면?

① A ② B ③ A^c ④ $A \cap B$ ⑤ $A \cup B$

해설

$$\begin{aligned} A \cap (A \cap B^c)^c &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \varnothing \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

26. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합이 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\}, C = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A \cap B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{1, 2\}$

④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$(A \cap B) \cap C^c = (A \cap B) - C = \{2, 3\} - \{3, 5, 6\} = \{2\}$ 이다.

27. 1 부터 30 까지의 자연수 중 3 의 배수이지만 4 의 배수가 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 7, n(A \cap B) = 2$ 이다.
따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 2 = 8$

28. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?

① 작은사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임

② 우리반에서 눈이 큰학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임

③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임

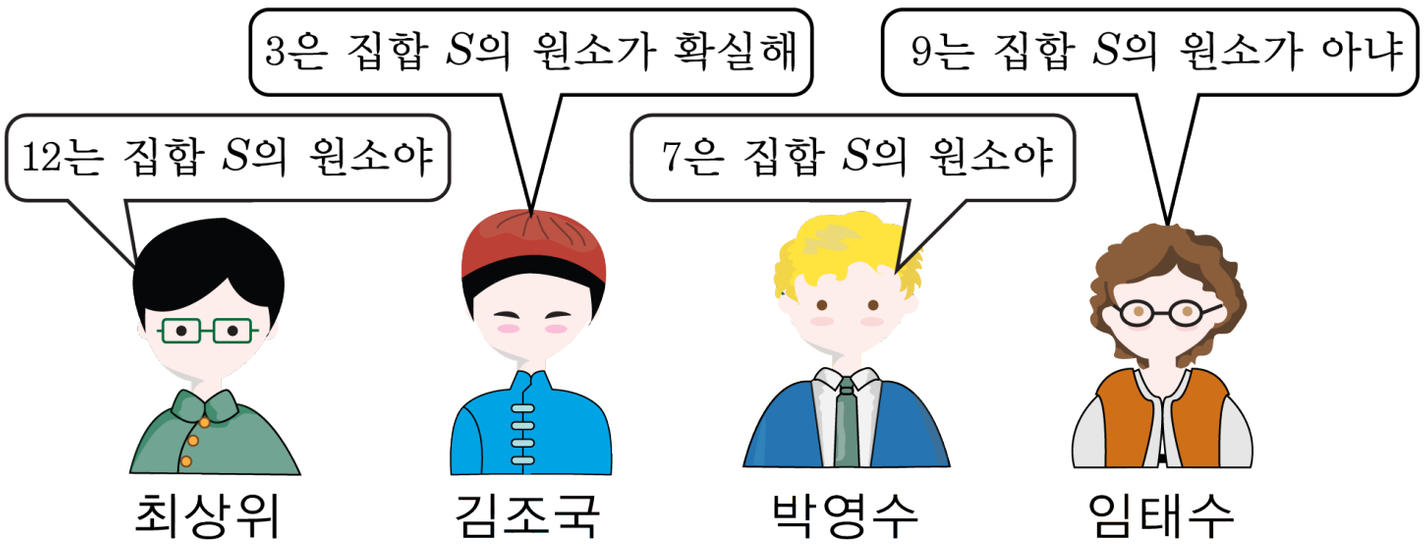
④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임

⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40 kg이 넘지 않는 모임

해설

③ '작은'이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

29. 10 이하의 3 의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10 이하의 3 의 배수는 3, 6, 9 이다.

$\therefore S = \{3, 6, 9\}$

최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.

김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.

박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.

임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

30. 다음 중 옳은 것은?

① $A = \{a, b, a, b\}$ 일 때 $n(A) = 4$

② $n(\{x \mid x\text{는 } 3\text{이하의 자연수}\}) = 3$

③ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{a, b, d\}) = 0$

④ $n(\{x \mid x\text{는 } 1\text{미만의 자연수}\}) = 1$

⑤ $n(\{2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 2$

해설

① $n(A) = 2$
③ $4 - 3 = 1$
④ $n(\varnothing) = 0$
⑤ $2 - 2 = 0$

31. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 <보기> 중 서로소인 집합끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $A^c \cap B, B^c \cap A$ ㉡ $A \cup B, A \cup B^c$

㉢ $A, A^c - B$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A^c \cap B = B - A, B^c \cap A = A - B$ 이므로 각각을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림1에서 $(A^c \cap B) \cap (B^c \cap A) = \varnothing$
따라서 $A^c \cap B$와$B^c \cap A$ 는 서로소이다.

㉡ 그림2에서 $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$
즉, $A \cup B$와$A \cup B^c$ 은 서로소가 아니다.

㉢ 그림3에서 $A \cap (A^c - B) = \varnothing$
따라서 A와$A^c - B$ 는 서로소이다.

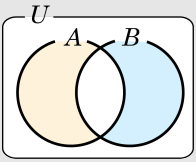


그림 1

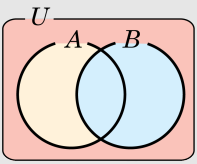


그림 2

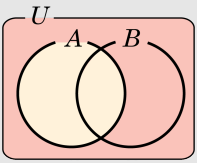


그림 3

32. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 3\text{이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

① $\{1,\ 2,\ 6\}$

② $\{x|x\text{는 } 12\text{보다 작은 } 6\text{의 배수}\}$

③ $\{3,\ 6\}$

④ $\{x|x\text{는 } 4 < x < 7\text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1,\ 2,\ 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이므로 $6 \in A$
집합 A 는 원소 6 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
④ $\{x|x\text{는 } 4 < x < 7\text{인 자연수}\} = \{5,\ 6\} \not\subset \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

33. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 8 의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$에 대하여

$n(A \cap B) = \square$, $n(A \cup B) = \square$이다.

$\square$ 안에 들어갈 수를 차례대로 쓴 것은?

① 2, 4 ② 3, 9 ③ 3, 6 ④ 4, 6 ⑤ 4, 9

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

$A \cap B = \{2, 4, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.

따라서 $n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 5 - 3 = 6$ 이다.

34. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다.
그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자.
빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.
빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 20 + 15 - 5$
$x = 30$
그러므로 30 명이다.

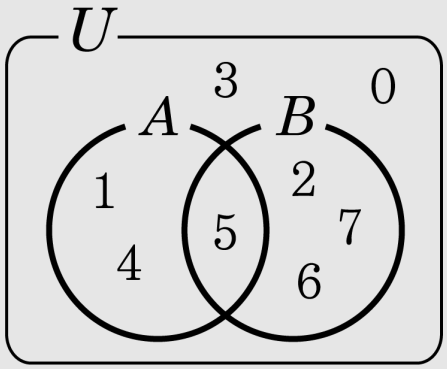
35. 전체집합 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0,\ 3\}$, $A - B = \{1,\ 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



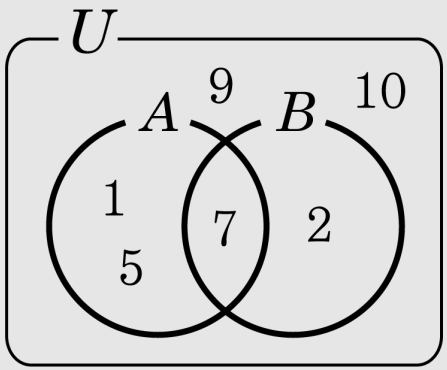
$B - A = \{2,\ 6,\ 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

36. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A^c = \{2, 9, 10\}$, $B^c = \{1, 5, 9, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 7\}$일 때, 집합 B의 원소의 합은?

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 13

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{2, 7\}$이므로 집합 B의 원소의 합은 9 이다.

37. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \cap (A-B)^c = B$가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \subset B$ ② $B \subset A$ ③ $A \cap B = \varnothing$

④ $A - B \subset B$ ⑤ $B - A = B$

해설

$A \cap (A-B)^c = A \cap (A \cap B^c)^c = A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B)$
$= A \cap B = B \rightarrow B \subset A$

38. 자연수 k의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A_4 \subset A_2$

② $A_4 \cup A_6 = A_{12}$

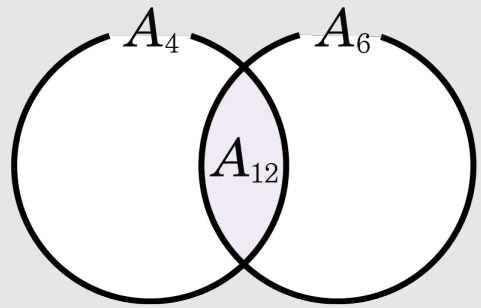
③ $A_2 \cap A_3 = A_6$

④ $(A_2 \cap A_3) \subset (A_3 \cup A_4)$

⑤ $A_3 \cap A_5 = A_{15}$

해설

$A_4 \cap A_6 = A_{12}$, $A_4 \cup A_6 \neq A_{12}$



39. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cup B)^c$ 으로 정의할 때, 다음 중 $(B * A) * B$와 항상 같은 것은?

① A ② B ③ $A - B$ ④ $B - A$ ⑤ A^c

해설

$$(B * A) * B = ((BUA)^c \cup B)^c = (B \cup A) \cap B^c$$
$$= (A \cup B) - B = A - B$$

40. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 15 이하의 자연수$\}$의 세 부분집합 $A = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$에 대하여 연산 $\circledcirc$를 $A \circledcirc B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$로 정의할 때, $n((A \circledcirc B) \circledcirc (A \circledcirc C))$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots,\ 14,\ 15\}$

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\ ,\ 10,\ 12,\ 14\}$

$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

$C = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15\}$

$A \circledcirc B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$

$= (A - B) \cup (B - A)$ 이므로

$A \circledcirc B = \{8,\ 10,\ 14\} \cup \{1,\ 3\}$

$A \circledcirc C = \{2,\ 4,\ 8,\ 10,\ 14\} \cup \{3,\ 9,\ 15\}$

$\therefore (A \circledcirc B) \circledcirc (A \circledcirc C)$

$= \{1,\ 3,\ 8,\ 10,\ 14\} \circledcirc \{2,\ 3,\ 4,\ 8,\ 9,\ 10,\ 14,\ 15\}$

$= \{1\} \cup \{2,\ 4,\ 9,\ 15\}$

$\therefore n((A \circledcirc B) \circledcirc (A \circledcirc C)) = 5$

41. 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots,\ 18\}$ 를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{x \mid 0 \le x \le 18$인 정수$\}$

㉡ $A = \{x \mid 1 < x \le 17$인 짝수$\}$

㉢ $A = \{x \mid x$는 20보다 작은 짝수$\}$

㉣ $A = \{x \mid x$는 18 이하의 짝수$\}$

㉤ $A = \{x \mid x$는 19 미만의 짝수$\}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots,\ 18\}$
$= \{x \mid x$는 20보다 작은 짝수$\}$
$= \{x \mid x$는 19 미만의 짝수$\}$
$= \{x \mid x$는 18 이하의 짝수$\}$

42. 두 집합 $A = \{x|x$는 100 이하인 6의 배수$\}$, $B = \{x|\, 3 \le x < 20$인 홀수$\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{6,\ 12,\ 18,\ ...,\ 96\}$,

$B = \{3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17, 19\}$ 이므로

$n(A) = 16,\ n(B) = 9$

$\therefore 16 - 9 = 7$

43. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 12 이하의 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 3 이상 5 이하의 소수$\}$에 대하여 $X \subset A$, $B \subset X$이고 집합 X 의 원소의 개수가 5 인 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

$B = \{3,\ 5\}$

$X \subset A,\ B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$

$\{3,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5는 반드시 포함하고 원소의 개수가 5 개 인 집합이므로

$\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $\{1, 3, 5, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 9, 11\}$, $\{3, 5, 7, 9, 11\}$의 4 개 이다.

44. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 집합 B 의 부분집합의 개수보다 16 개 더 많을 때, $n(A)+n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

부분집합의 개수는 (2 의 거듭제곱) 개이므로
$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64, \cdots$ 이다.
이 중에서 차가 16 인 두 수는 16 과 32 이다.
$\therefore\ 2^{n(A)} = 32 = 2^5,\ 2^{n(B)} = 16 = 2^4$
$(\because\ n(A) > n(B))$
$\therefore\ n(A) = 5,\ n(B) = 4$
$\therefore\ 5 + 4 = 9$

45. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \geq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + 2a \leq 0\}$ 일 때, $B \subset A$ 가 되도록 하는 실수 a 의 범위는?

① $a > 0$ ② $a \geq 0$ ③ $a > 1$ ④ $a > 2$ ⑤ $a \geq 2$

해설

(i) $B = \phi$ 일 때,
당연히 $B \subset A$ 이므로
$B = \{x \mid x^2 - 2ax + 2a \leq 0\} = \phi$ 에서
이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $\frac{D}{4} = a^2 - 2a < 0$
$\therefore\ 0 < a < 2$
(ii) $B \neq \phi$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 의 두 근을
α, β $(\alpha \leq \beta)$ 라 하면
$x^2 - 2ax + 2a \leq 0 \Leftrightarrow (x - \alpha)(x - \beta) \leq 0$
이 때, $B = \{x \mid \alpha \leq x \leq \beta\} \subset \{x \mid x \geq 1\} = A$ 이므로 $\alpha \geq 1$ 이고 $\beta \geq 1$ 이어야 한다.
따라서, $f(x) = x^2 - 2ax + 2a$ 라 하면
㉠ $\frac{D}{4} = a^2 - 2a \geq 0$ 에서
$a \leq 0$ 또는 $a \geq 2$
㉡ $f(1) \geq 0$ 에서 $1 > 0$ 이므로
a 는 모든 실수
㉢ (대칭축) ≥ 1 에서 $a \geq 1$
㉠, ㉡, ㉢의 공통범위는 $a \geq 2$
(i), (ii) 에서 $a > 0$

46. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

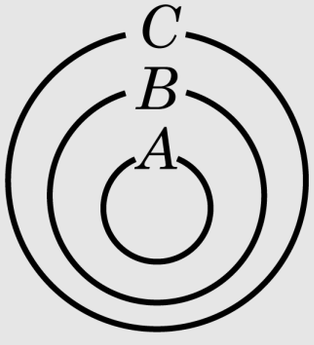
② $A \subset B$, $B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

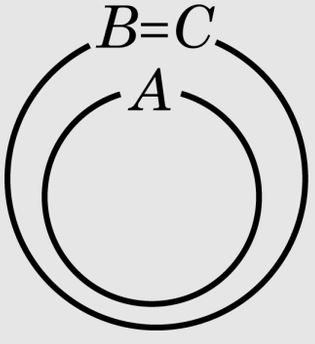
③ $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다.

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

① 

② 

③ 예를 들면 $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B$, $B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면, $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

47. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $B \subset A$이면 $n(B) < n(A)$이다.

㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

㉢ $A = \{\varnothing\}$이면 $n(A) = 0$이다.

㉣ U^c은 모든 집합의 부분집합이다.

㉤ $A - B = B - A$이면 $(A \cup B) \subset B$이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ $B \subset A$이면 $n(B) \leq n(A)$이다.
㉢ $A = \{\phi\}$이면 $n(A) = 1$이다.
㉣ $U^C = \phi$은 모든 집합의 부분집합이다.
㉤ $A - B = B - A$이면 $A = B$이므로 $(A \cup B) \subset B$이다.

48. 전체집합 $U = \{x|x$는 한 자리 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $A^c = \{6,\ 7,\ 8,\ 9\}$, $A^c \cap B^c = \{7,\ 9\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = U - A^c = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로

$A - B = \{1, 3, 5\}$

$\therefore (A - B)^c = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

49. 세 집합 A, B, C에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 8, n(C) = 6$, $n(A \cup B) = 14, n(B \cup C) = 10, A \cap C = \varnothing$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

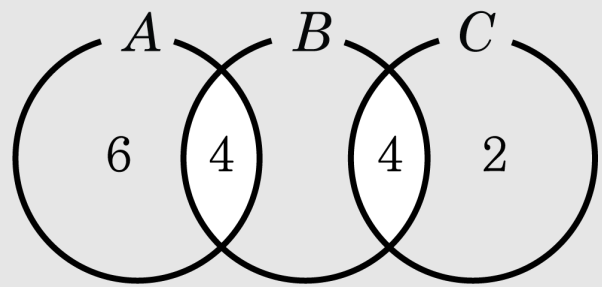
$A \cap C = \varnothing$ 이므로 $A \cap B \cap C = \varnothing$

$\therefore\ n(A \cap C) = 0,\ n(A \cap B \cap C) = 0$

그런데, $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 10 + 8 - 14 = 4$ $n(B \cap C) = n(B) + n(C) - n(B \cup C) = 8 + 6 - 10 = 4$ 이므로 $n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$= 10 + 8 + 6 - 4 - 4 - 0 + 0 = 16$



50. 축구를 좋아하는 학생이 21 명, 농구를 좋아하는 학생이 15 명, 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 9 명, 모두 싫어하는 학생은 6 명이다. 이 때, 축구만 싫어하거나 농구를 좋아하는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 21 명

해설

$n(A) = 21, n(B) = 15, n(A \cap B) = 9, n((A \cup B)^c) = 6$ 이다.

$n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 15 + 6 = 21$ 이다.