1. $\sum_{k=1}^{80}(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})$ 의 값은?

① -5　　② -7　　③ -8　　④ -79　　⑤ -80

해설

$\sum_{k=1}^{80}(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})$
$=\sqrt{1}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{4}+\cdots+\sqrt{80}-\sqrt{81}$
$=\sqrt{1}-\sqrt{81}$
$=1-9=-8$

2. $\sum_{k=1}^{49} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = a\sqrt{2}+b$일 때, $a+b$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\sum_{k=1}^{49} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$

$= \sum_{k=1}^{49} \frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})}$

$= \sum_{k=1}^{49} (\sqrt{k}-\sqrt{k+1})$

$= -\left\{(\sqrt{1}-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\cdots\right\}$

$+\left\{(\sqrt{49}-\sqrt{50})\right\}$

$= -(1-\sqrt{50}) = 5\sqrt{2}-1$

따라서, $a=5,\ b=-1$에서 $a+b=4$

3. 수열 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}, \cdots$ 의 제 15항까지의 합은?

① $\sqrt{14}-1$ ② $\sqrt{15}-1$ ③ 3
④ $\sqrt{15}+1$ ⑤ 5

해설

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}}$$
$$=\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$$
$$=\sum_{k=1}\frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})}$$
$$=-\sum_{k=1}^{15}(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})$$
$$=-\left\{(1-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\cdots\right\}$$
$$-\left\{(\sqrt{15}-\sqrt{16})\right\}$$
$$=-(1-\sqrt{16})=\sqrt{16}-1=4-1=3$$

4. $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{101}{100}$ ② $\frac{100}{101}$ ③ $\frac{200}{201}$ ④ $\frac{110}{101}$ ⑤ $\frac{201}{200}$

해설

$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 이므로

$\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{199} - \frac{1}{200}\right) + \left(\frac{1}{200} - \frac{1}{201}\right)$

$= \frac{1}{1} - \frac{1}{201} = \frac{200}{201}$

5. $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

(준 식)$=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{3}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 6}$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$

$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

6. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k^2-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$ ② $\frac{n}{n+1}$ ③ $\frac{2n}{n+1}$

④ $\frac{n}{2n+1}$ ⑤ $\frac{2n}{2n+3}$

해설

(주어진 식) $= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$

$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)\right\}$

$+\cdots+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$

7. 수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라 할 때, 다음 중 $b_{10}+b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}$과 같은 것은?

① $a_{20}-a_9$　　② $a_{20}-a_{10}$　　③ $a_{21}-a_9$

④ $a_{21}-a_{10}$　　⑤ $a_{21}-a_{11}$

해설

$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$ 이므로

$a_{21} = a_1 + b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{20}$

$b_{10} + b_{11} + b_{12} + \cdots + b_{20}$

$= a_{21} - (a_1 + b_1 + b_2 + \cdots b_9)$

$= a_{21} - a_{10}$

8. 다음 수열에서 $a+b$의 값을 구하여라.

$$1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 11,\ a,\ b,\ \cdots$$

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1, & & 2, & & 4, & & 7, & & 11, & & 16, & & 22 \\ & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & \\ & 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & 6 & \end{array}$$

$\therefore a=16,\ b=22$

$a+b=16+22=38$

9. 다음 수열의 $\square$ 안에 알맞은 두 수의 합을 구하면?

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}, \square, \square \cdots$$

① $\frac{4}{21}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{10}{21}$ ④ $\frac{14}{21}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

해설

군으로 나눠 보면

$\frac{1}{1} / \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1} / \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1} /$

따라서 $\frac{1}{7}, \frac{2}{6}$ 가 됨을 알 수 있다.

$\frac{1}{7} + \frac{2}{6} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{10}{21}$

10. $1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+\cdots+2015}$ 의 값은?

① $\dfrac{2014}{2015}$ ② $\dfrac{2015}{2016}$ ③ $\dfrac{2015}{1008}$ ④ $\dfrac{2014}{1008}$ ⑤ 2

해설

$\dfrac{1}{1+2+\cdots+n}=\dfrac{1}{\dfrac{n(n+1)}{2}}=\dfrac{2}{n(n+1)}$ 이므로

(주어진 식)$=\sum_{k=1}^{2015}\dfrac{2}{n(n+1)}$

$=\sum_{k=1}^{2015}2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

$=2\left(1-\dfrac{1}{2016}\right)=\dfrac{2\times2015}{2016}=\dfrac{2015}{1008}$

11. $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + 3n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{24}$　② $\frac{1}{48}$　③ $\frac{5}{16}$　④ $\frac{5}{24}$　⑤ $\frac{5}{48}$

해설

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= n^2 + 3n - \left\{(n-1)^2 + 3(n-1)\right\} = 2n + 2(n \geq 2)$

$a_1 = 1 + 3 = 2 + 2 = 4$ 이므로, $a_n = 2n + 2(n \geq 1)$

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(2k+2)(2k+4)}$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{12} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \right) = \frac{5}{24}$$

12. $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+10}$ 의 값은?

① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{11}{10}$ ③ $\frac{10}{11}$ ④ $\frac{20}{11}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

해설

$$\frac{1}{1+2+\cdots+n}=\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\frac{2}{n(n+1)}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}\frac{2}{k(k+1)}=2\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=2\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)\right\}$$

$$=2\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{20}{11}$$

13. $\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{100}{k}\right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지않는 최대의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 291

해설

$\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{100}{k}\right] = 100+50+33+25+20+16+14+12+11+10 =$ 291

14. $\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{2^k}{10}\right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

k에 1부터 10까지 차례로 대입하여 각 항의 값을 구해서 더하면

$\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{2^k}{10}\right]=\left[\frac{2^1}{10}\right]+\left[\frac{2^2}{10}\right]+\left[\frac{2^3}{10}\right]+\left[\frac{2^4}{10}\right]+\cdots+\left[\frac{2^{10}}{10}\right]$

$=0+0+0+1+3+6+12+25+51+102=200$

15. $a_n = 2n^2 + n(n = 1,\ 2,\ 3,\cdots)$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

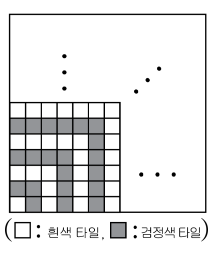
▷ 정답 : 250

해설

$b_n = a_{n+1} - a_n$
$= \{2(n+1)^2 + (n+1)\} - (2n^2 + n)$
$= 4n + 3$

$\therefore \sum_{k=1}^{10} b_k = \sum_{k=1}^{10} (4k+3)$
$= 4 \cdot \dfrac{10 \cdot 11}{2} + 3 \cdot 10$
$= 250$

16. 한 변이 100cm 인 정사각형 모양의 바닥을 한 변이 5cm 인 정사각형 모양의 타일로 빈틈없이 붙이려고 한다. 그림과 같이 흰색 타일과 검정색 타일로 바닥을 붙일 때, 필요한 흰색타일의 총 개수는?



① 185 ② 190 ③ 200 ④ 205 ⑤ 210

해설

흰색 타일의 총 개수는

$a_1 = 1,\ a_2 = 1+5,\ a_3 = 1+5+9, \cdots$

$a_{10} = 1+5+9+\cdots+37 = \dfrac{10(1+37)}{2} = 190$

17. 오른쪽 그림처럼 바둑판 모양의 칸에 1부터 시계 방향으로 차례로 자연수를 배열하였다. 이때, 1 아래로 생기는 수열 1, 4, 15, 34, $\cdots$ 에서 제 10항의 일의 자리 수는?

21	22	23	24	25	26
20	7	8	9	10	27
19	6	1	2	11	28
18	5	4	3	12	29
17	16	15	14	13	30
$\cdots$	$\cdots$	34	33	32	31

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

수열 1, 4, 15, 34, 61, $\cdots$

1, 4, 15, 34, 61, $\cdots$, a_{10}

$\bigvee$ $\bigvee$ $\bigvee$ $\bigvee$ $\bigvee$

3, 11, 19, 61, $\cdots$, b_9

이므로 $b_k = 3 + (k-1)8 = 8k - 5$

$\therefore a_{10} = 1 + \sum_{k=1}^{9}(8k-5) = 1 + 8 \cdot \dfrac{9 \cdot 10}{2} - 5 \cdot 9 = 316$

따라서, 일의 자리 수는 6이다.

18. 수열의 합 $S = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots + nx^{n-1}$을 간단히 하면? (단, $x \neq 1$)

① $S = \dfrac{n(1-x^n)}{2}$　　② $S = \dfrac{1-x^n}{2}$

③ $S = \dfrac{1-x^n}{2} - \dfrac{2x^n}{x}$　　④ $S = \dfrac{1-x^n}{1+x} - \dfrac{1-x^n}{(1-x)^2}$

⑤ $S = \dfrac{1-x^n}{(1-x)^2} - \dfrac{nx^n}{1-x}$

해설

등차수열과 등비수열의 곱으로 이루어진 멱급수의 형태이므로 양변에 x를 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} S = & 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots + nx^{n-1} \\ -)\ xS = & \quad\ \ x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + (n-1)x^n + nx^n \\ \hline (1-x)S = & 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n - n \cdot x \end{array}$$

$= \dfrac{1(1-x^n)}{1-x} - n \cdot x^n$

$\therefore S = \dfrac{1-x^n}{(1-x)^2} - \dfrac{nx^n}{1-x}$

19. 다음 수열의 합을 구하여라.

$$1\cdot 2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+9\cdot 2^9$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8194

해설

$S=1\cdot 2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+9\cdot 2^9\cdots$㉠

$2S=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+\cdots+8\cdot 2^9+9\cdot 2^{10}\cdots$㉡

이므로 ㉠-㉡을 하면

$$\begin{aligned}-S&=\frac{2(2^9-1)}{2-1}-9\cdot 2^{10}\\&=2\cdot 2^9-2-9\cdot 2^{10}\\&=2\cdot 2^9-18\cdot 2^9-2\\&=-16\cdot 2^9-2\end{aligned}$$

$\therefore S=2^{13}+2=1024\times 8+2=8194$

20. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}(n = 1, 2, 3, \cdots)$ 일 때, $30a_{30} - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{29})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$30a_{30} - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{29})$

$= a_{30} + (a_{30} - a_1) + (a_{30} - a_2) + \cdots + (a_{30} - a_{29})$

$= 1 + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + \cdots + 30 \times \frac{1}{30} = 30$

21. $a_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1}$ 이라 할 때, 수열 $\frac{1}{1+a_1}$, $\frac{3}{3+a_2}$, $\frac{7}{1+a_3}$, $\frac{15}{1+a_4}$, $\cdots$ 의 첫째항부터 제20 항까지의 합은?

① $19-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$　② $20-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$　③ $19+\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$
④ $20+\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$　⑤ $21+\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

해설

$a_n = \frac{1\cdot(2^n-1)}{2-1} = 2^n - 1$ 이고, 주어진 수열의 일반항은 $\frac{2^n-1}{1+a_k}$ 이다.

$\therefore S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{2^k-1}{1+a_k}$

$= \sum_{k=1}^{n} \frac{2^k-1}{1+2^k-1}$

$= \sum_{k=1}^{n} \left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^k\right\}$

$= n - \dfrac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}}$

$= n + \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$

따라서 $S_n = 19 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

22. 수열 $1,\ 1+2,\ 1+2+2^2,\ 1+2+2^2+2^3, \cdots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $2^n - n$ ② $2^{n+1} - 1$ ③ $2^{n+1} - n$

④ $2^{n+1} - n - 1$ ⑤ $2^{n+1} - n - 2$

해설

수열의 일반항 a_n 은

$$a_n = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1} = \frac{1 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1$$

따라서 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은

$$\begin{aligned} S_n &= \textstyle\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} (2^k - 1) \\ &= \textstyle\sum_{k=1}^{n} 2^k - \sum_{k=1}^{n} 1 \\ &= \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} - n = 2^{n+1} - n - 2 \end{aligned}$$

23. 수열 1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, $\cdots$, 에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7 이 나오는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

군으로 나눠 보면

1/ 1, 2/1, 2, 3/ 1, 2, 3, 4/$\cdots$

1군은 1

2군은 1, 2

3군은 1, 2, 3이므로

7군은 1, 2, 3, $\cdots$, 7

(6까지의 항의 총수)$= 1 + 2 + \cdots + 6 = 21$

$21 + 7 = 28$(번째 항)

24. $a_n = 1,\ a_2 = 2+3,\ a_3 = 4+5+6,\ a_4 = 7+8+9+10, \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$의 제10항의 값은?

① 515 ② 511 ③ 508 ④ 505 ⑤ 502

해설

$a_1 = 1$
$a_2 = 2+3$
$a_3 = 4+5+6$
$a_4 = 7+8+9+10$
$\vdots$
과 같은 수열 $\{a_n\}$은 연속된 자연수의 합으로 이루어진 수열로 a_9까지의 연속된 수들의 개수의 합은

$\sum_{k=1}^{9} k = \frac{9 \times 10}{2} = 45$

$$\begin{aligned} a_{10} &= 46+47+48+\cdots+55 \\ &= \frac{10(46+55)}{2} \\ &= 505 \end{aligned}$$

25. 수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \cdots$ 에서 $\frac{5}{64}$ 는 제 몇 항인가?

① 제32항 ② 제33항 ③ 제34항
④ 제35항 ⑤ 제36항

해설

분모가 같은 것끼리 같은 군으로 묶으면
$\left(\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}\right), \left(\frac{1}{16}, \cdots\right), \cdots$
각 군의 첫째항은 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \cdots$ 이므로 $\frac{1}{64}$ 는 제 6군의 첫째항이고, 각 군의 분자는 1, 3, 5, 7, $\cdots$ 이므로 $\frac{5}{64}$ 는 제 6군의 3번째 항이다.
각 군의 항수는 1, 2, 4, 8, $\cdots$ 이므로 구하는 항의 수는
$(1+2+4+8+16)+3=34$

26. 수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \cdots$ 에서 제 20항은?

① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{11}{64}$ ③ $\frac{9}{32}$ ④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{21}{32}$

해설

분모가 같은 것끼리 군으로 묶으면

제1군 제2군 제3군

$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}\right), \cdots\cdots$

제 n군까지의 항수는

$1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$

따라서, 제 4군까지 항수는 15개이므로 구하는 제 20항은 제5군의 제5항이다.

한편, 제 n군의 제 m항은 $\frac{2m-1}{2^n}$ 이므로

제5군의 제5항은 $\frac{9}{2^5}=\frac{9}{32}$

27. 수열 $(1,\ 0),\ (0,\ 1),\ (2,\ 0),\ (1,\ 1),\ (0,\ 2),\ (3,\ 0),$
$(2,\ 1),\ (1,\ 2),\ (0,\ 3),\ (4,\ 0)\cdots$ 에서 $(10,\ 9)$는 제 몇 항인가?

① 180　② 189　③ 198　④ 199　⑤ 206

해설

x좌표와 y좌표의 합이 같은 것끼리 군으로 묶으면
$\{(1,\ 0),\ (0,\ 1)\},\ \{(2,\ 0),\ (1,\ 1),\ (0,\ 2)\},$
$\{(3,\ 0),\ (2,\ 1),\ (1,\ 2),\ (0,\ 3)\},\cdots$
$(10,\ 9)$은 좌표의 합이 19이므로 제19군의 10번째 항이다.
$\therefore (2+3+4+\cdots+19)+10=199$

28. 다음과 같은 수열에서 $(6,\ 4)$는 몇 번째 항인가?

$(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 2),\ (1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),$ $(1,\ 4),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (4,\ 1),\ (1,\ 5),\ (2,\ 4),\ \cdots$

① 제40항　② 제41항　③ 제42항
④ 제43항　⑤ 제44항

해설

(합이 2인 순서쌍)$=1$개, (합이 3인 순서쌍)$=2$개, $\cdots$ 합이 9개인 순서쌍까지의 개수의 합을 모두 더하면, $1+2+\cdots+8=36$이고, 합이 10인 순서쌍 중에서 $(6,\ 4)$는 여섯 번째이므로 42번째이다.

29. 다음 그림과 같이 홀수가 배열되어 있을 때, 제10 행의 왼쪽에서 다섯 번째의 수를 구하여라.

제1행				1			
제2행			3	5	7		
제3행		9	11	13	15	17	
제4행	19	21	23	25	27	29	31
⋮				⋮			

▶ 답 :

▷ 정답 : 171

해설

주어진 수열을 군으로 묶으면 다음과 같다.

$\underset{\text{제1군}}{\underline{(1)}}, \underset{\text{제2군}}{\underline{(3,\ 5,\ 7)}}, \underset{\text{제3군}}{\underline{(9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17)}}, \cdots$ 각 군의 첫째항으로 이루어진 수열을 $\{a_n\}$, 그 계차수열을 $\{b_n\}$이라 하면

$\{a_n\} : 1,\ 3,\ 9,\ 19, \cdots$

$\{b_n\} : 2,\ 6,\ 10, \cdots$

$\therefore b_n = 2 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 2$

$\therefore a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}(4k-2) = 1 + 4 \cdot \frac{n(n-1)}{2} - 2(n-1) = 2n^2 - 4n + 3$

$\therefore a_{10} = 2 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10 + 3 = 163$

이때, 각 행은 공차가 2인 등차수열이므로 제10 행의 왼쪽에서 다섯 번째에 있는 수는

$163 + (5-1) \times 2 = 171$

30. 자연수 k에 대하여 $a_k = \sqrt{k - \sqrt{k^2-1}}$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{80} a_k = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$을 만족하는 두 유리수 $a,\ b$의 합 $a+b$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$a_k = \sqrt{k - \sqrt{k^2-1}}$

$= \dfrac{\sqrt{2k - 2\sqrt{(k+1)(k-1)}}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k-1}}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ \sum_{k=1}^{80} a_k = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^{80}(\sqrt{k+1} - \sqrt{k-1})$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left\{(\sqrt{2} - \sqrt{0}) + (\sqrt{3} - \sqrt{1})\right\}$

$+ \cdots + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left\{(\sqrt{80} - \sqrt{78}) - (\sqrt{81} - \sqrt{79})\right\}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(-0 - 1 + \sqrt{80} + 9)$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}(8 + 4\sqrt{5})$

$= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$

따라서 $a = 4,\ b = 2$ 이므로 $a + b = 6$

31. $\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{5^2-1}+\frac{1}{7^2-1}+\cdots+\frac{1}{21^2-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{22}$ ② $\frac{3}{22}$ ③ $\frac{5}{22}$ ④ $\frac{7}{22}$ ⑤ $\frac{9}{22}$

해설

$a_n=\frac{1}{(2n+1)^2-1}=\frac{1}{(2n+1-1)(2n+1+1)}$

$=\frac{1}{2n\cdot(2n+2)}$

$=\frac{1}{4n(n+1)}$

$=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{n+1-n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$\sum_{k=1}^{10}a_k$

$=\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{10}{44}=\frac{5}{22}$

32. 자연수 n 이하의 모든 수의 곱을 $n!$로 나타낸다. 예를 들어 $5! = 5\times4\times3\times2\times1$이다. 이때, $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots+\frac{10}{11!}$의 값은?

① $\frac{9}{10!}$　② $\frac{10}{11!}$　③ $1-\frac{1}{10!}$
④ $1-\frac{1}{11!}$　⑤ $1-\frac{1}{12!}$

해설

일반항을 a_n이라 하면 $a_n = \frac{n}{(n+1)!}$이다.

여기서 분자를 변형하면 부분분수의 꼴로 바꿀 수 있다.

즉, $\frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)-1}{(n+1)!} = \frac{n+1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$= \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$\therefore \frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots+\frac{2}{11!}$

$= \left(\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}\right)+\left(\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}\right)+\left(\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10!}-\frac{1}{11!}\right)$

$= 1-\frac{1}{11!}$

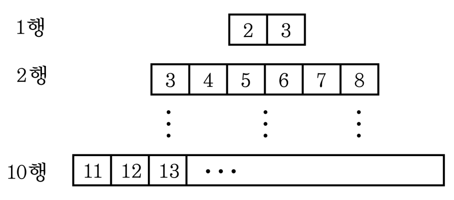
33. $\left[\frac{2k-1}{3}\right] = \frac{2k-1}{3}$ 을 만족하는 자연수 k를 작은 수부터 차례로 나열한 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제40항까지의 합은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1010 ② 1210 ③ 2020 ④ 2220 ⑤ 2420

해설

실수 x에 대하여 $[x] = x$이면 x는 정수이므로
$\left[\frac{2k-1}{3}\right]$ 이 성립하려면 $\frac{2k-1}{3}$ 이 정수이어야 한다.
이때, $\frac{2k-1}{3}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 k는 $2,\ 5,\ 8,\ 11,\ \cdots$ 이므로
수열$\{a_n\}$은 첫째항이 2이고 공차가 3인 등차수열을 이룬다.
따라서 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 40항까지의 합은
$$\frac{40(2\cdot 2+39\cdot 3)}{2} = 20\times 121 = 2420$$

34. 그림과 같이 자연수 k에 대하여 $[\log_{k+1} x] = 1$을 만족시키는 자연수 x를 k행에 차례로 배열할 때, k행에 배열된 자연수의 개수를 a_k라 하자. $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 440

해설

$1 \le \log_{k+1} x < 2$

$k+1 \le x < (k+1)^2$ 이므로

k행에 배열된 자연수는 $k+1,\ k+2,\ \cdots,\ k^2+2k$이므로

자연수의 개수 a_k는 $a_k = (k^2+2k) - k = k^2+k$이다.

$\therefore\ \sum_{k=1}^{10} = \sum_{k=1}^{10}(k^2+k)$

$= \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 11 \cdot 21 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 11 = 440$

35. 수열 $2,\ 3,\ 5,\ 9,\ 17,\cdots$ 의 제 10항 까지의 합은?

① 2^9-1 ② 2^9+1 ③ 2^9+9
④ $2^{10}-1$ ⑤ $2^{10}+9$

해설

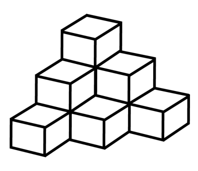
$$\begin{array}{ccccccccc} 2, & & 3, & & 5, & & 9, & & 17 \\ & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & \\ & 1 & & 2 & & 4 & & 8 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_n &= 2+\sum_{k=1}^{n-1} 2^{k-1} \\ &= 2+\frac{1\cdot(2^{n-1}-1)}{2-1} \\ &= 2+2^{n-1}-1 \end{aligned}$$

$$a_n = 2^{n-1}+1$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1(2^{10}-1)}{2-1}+10 \\ &= 2^{10}-1+10 = 2^{10}+9 \end{aligned}$$

36. 오른쪽 그림과 같이 3층탑을 쌓기 위해서는 10개의 정육면체가 필요하다. 이와 같은 모양의 탑을 10층으로 쌓을 때, 필요한 정육면체의 개수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 220

해설

n층으로 탑을 쌓을 때, 맨 위층에서부터 각 층에 필요한 정육면체의 수를 a_n이라 하면

수열 $\{a_n\}$은 1, 3, 6, 10, 15, $\cdots$

이 때, 계차수열을 $\{b_n\}$이라 하면 $\{b_n\}$은 2, 3, 4, 5, $\cdots$ 이므로

$b_n = n+1$이다.

$\therefore a_n = 1+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1) = 1+(2+3+4+\cdots+n) = \frac{n(n+1)}{2} (n \geq 1)$

따라서 10층으로 탑을 쌓을 때 필요한 정육면체의 총 개수는

$\sum_{k=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{10} n^2 + \sum_{k=1}^{10} n\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + \frac{10 \cdot 11}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}(385+55) = 220$

37. n이 자연수일 때, $n+(n-1)2+(n-2)2^2+\cdots+2\cdot 2^{n-2}+2^{n-1}$의 값은?

① 2^{n+1}　② $2^{n+1}-n$　③ $2^{n+1}-n-2$

④ 2^n+n2　⑤ $2^n n+2$

해설

주어진 식의 값을 S라 하면

$S=n+(n-1)2+(n-2)2^2+\cdots+2\cdot 2^{n-2}+2^{n-1}$

멱급수의 형태이므로 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} 2S = & n\cdot 2+(n-1)2^2+\cdots+2\cdot 2^{n-1}+2^n \\ -)\ S = & n+(n-1)2+(n-2)2^2+\cdots+2^{n-1} \\ \hline S = & -n+2+2^2+\cdots+2^{n-1}+2^n \end{array}$$

$\therefore S=-n+\dfrac{2(2^n-1)}{2-1}=2^{n+1}-n-2$

38. 다음 군수열에서 제 10군에 속하는 수들의 합은?

제1군	제2군	제3군	제4군
(1),	(3, 5),	(7, 9, 11),	(13, 15, 17, 19), ⋯

① 1000 ② 1010 ③ 1100 ④ 1200 ⑤ 1210

해설

각 군의 첫째항으로 이루어진 수열을
$\{a_n\}$이라 하면
$\{a_n\} : 1,\ 3,\ 7,\ 13,\ \cdots$
수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라 하면
$\{b_n\} : 2,\ 4,\ 6,\ \cdots$
$b_n = 2n$이므로 제n군의 첫째항 a_n은
$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k = 1 + 2 \cdot \dfrac{(n-1)n}{2} = n^2 - n + 1$
따라서, 제 10군의 첫째항은
$a_{10} = 10^2 - 10 + 1 = 91$
또한, 제 10군의 항수는 10개이고, 각 군에서
항들은 공차가 2인 등차수열을 이루므로
제 10군은 첫째항이 91이고 공차가 2이며
항수는 10인 등차수열이다.
따라서, 제 10군에 속하는 수들의 합은
$\dfrac{10\left\{91 \times 2 + (10-1)2\right\}}{2} = 1000$

39. 수열 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{9}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{9}{4}, \frac{16}{4}, \cdots$ 에서 첫째항부터 제 49 항까지의 합은?

① 118 ② 120 ③ 122 ④ 125 ⑤ 133

해설

분모가 같은 것끼리 묶으면

$\left(\frac{1}{1}\right), \left(\frac{1}{1}, \frac{4}{2}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{9}{3}\right),$

$\left(\frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{9}{4}, \frac{16}{4}\right), \cdots$

제 n군의 합은

$\sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{n} = \frac{1}{n} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$ 에서

제 9군까지의 항수가 45개이므로 제49항은 제10군의 4번째 항이다.

따라서 첫째항부터 제 49항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{9} \frac{(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{1+4+9+16}{10}$

$= \frac{1}{6} \sum_{k=1}^{9} (2k^2 + 3k + 1) + 3$

$= \frac{1}{6} \left(2 \cdot \frac{9 \cdot 10 \cdot 19}{6} + 3 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2} + 9\right) + 3$

$= \frac{1}{6}(570 + 135 + 9) + 3 = 122$

40. 다음과 같이 배열된 55개의 수의 합은?

1
2 4
3 6 9
4 8 12 16
5 10 15 20 25
6 12 18 24 30 36
7 14 21 28 35 42 49
8 16 24 32 40 48 56 64
9 18 27 36 45 54 63 72 81
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

① 1655 ② 1705 ③ 1715 ④ 1725 ⑤ 1735

해설

위에서부터 차례로 제1군, 제2군, $\cdots$ 이라 하면 제k군은 첫째항이 k이고, 공차가 k, 항수가 k인 등차수열이므로 제 k군의 합을 a_k라 하면

$$a_k = \frac{k\left\{2k + (k-1)k\right\}}{2} = \frac{k^3 + k^2}{2}$$

따라서 주어진 55개의 수의 합을 S라 하면

$$S = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{k^3 + k^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{10 \cdot 11}{2}\right)^2 + \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6}\right\}$$

$$= 1705$$

41. 오른쪽 그림과 같이 가운데 1을 중심으로 사각형의 안쪽에서 바깥쪽으로, 맨 아래 왼쪽부터 시계반대 방향으로 숫자를 써 나가는 판이 있다. 이 같은 규칙으로 숫자를 배열할 때, 81을 둘러싸고 있는 8개의 칸에 적힌 수들의 합은?

$\ddots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\iddots$
$\cdots$	22	21	20	19	18	$\cdots$
$\cdots$	23	8	7	6	17	$\cdots$
$\cdots$	24	9	1	5	16	$\cdots$
$\cdots$	25	2	3	4	15	$\cdots$
$\cdots$	10	11	12	13	14	$\cdots$
$\iddots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\ddots$

① 587 ② 601 ③ 616 ④ 632 ⑤ 648

해설

1을 중심으로 같은 둘레에 있는 수들을 하나의 군으로 보면 각 군의 끝항은
$(2n-1)^2(n=1,\ 2,\ 3,\cdots)$이 된다.
따라서 81을 둘러싸고 있는
칸을 모두 채우고 그 수들의 합을 구하면

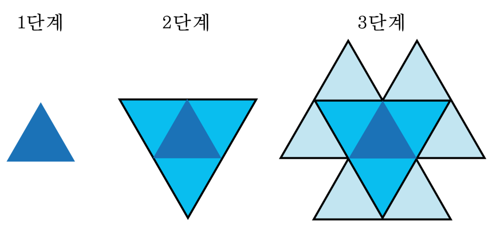
118	79	48	25
119	80	49	10
120	81	26	27
121	50	51	52

$119+51+121+49+80+50+120+26=616$

42. 그림과 같이 넓이가 1 인 정삼각형 모양의 타일을 다음과 같은 규칙으로 붙인다.

> [1 단계] : 정삼각형 모양의 타일을 한 개 붙인다.
> [n 단계] : $n-1$ 단계에서 붙여진 타일의 바깥쪽 테두리의 각 변에 정삼각형 모양의 타일을 붙힌다.

이와 같이 10 단계를 시행했을 때, 타일로 덮인 부분의 전체의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 3$

$a_3 = 1 + 3 + 3 \times 2$

$\vdots$

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + 3 + 3 \times 2 + \cdots + 3 \times 9 \\ &= 1 + \textstyle\sum_{k=1}^{n-1} 3k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{10} &= 1 + 3 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2} \\ &= 1 + 135 = 136 \end{aligned}$$

43. 다음을 읽고 (가) 에 들어갈 식으로 알맞은 것을 고르면?

> 1보다 큰 자연수 p 에서 1을 뺀 수를 p_1 이라 한다.
> p_1 이 2보다 크면 p_1 에서 2를 뺀 수를 p_2 라 한다.
> p_2 이 3보다 크면 p_2 에서 3을 뺀 수를 p_3 라 한다.
> $\vdots$
> p_{k-1} 이 k 보다 크면 p_{k-1} 에서 k 를 뺀 수를 p_k 라 한다.
> 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 수 p_n 이 $(n+1)$ 보다 작으면 이 과정을 멈춘다.
> 이때, $2p_n$ 이 $(n+1)$ 과 같으면 p 는 $\boxed{(가)}$ 이다.

① $n+1$　② $\frac{(n+1)^2}{2}$　③ $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
④ 2^{n+1}　⑤ $(n+1)!$

해설

$p_1 = p - 1$
$p_2 = p_1 - 2 = p - (1+2)$
$p_3 = p_2 - 3 = p - (1+2+3)$
$\vdots$
$p_n = p - (1+2+3+\cdots+n)$
$\therefore\ p_n = p - \frac{n(n+1)}{2}$
$2p_n = 2p - n(n+1) = n+1$
$\therefore\ p = \frac{(n+1)^2}{2}$

44. 다음과 같은 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 4,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\cdots$

이때, $a_{100}+a_{101}+a_{102}+a_{103}+a_{104}+a_{105}+a_{106}$의 값을 구하여라.

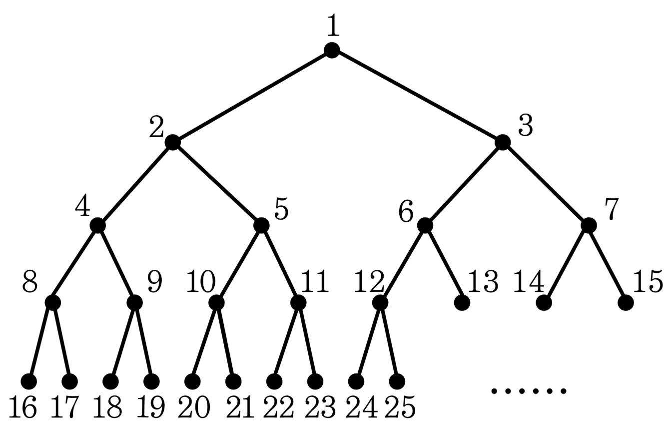
▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

군으로 나눠보면
$1/\ 2,\ 2/\ 3,\ 3,\ 3/\ 4,\ 4,\ 4,\ 4/\cdots$
100번째항이 k군에 있다하면
$(k-1)$까지 항수의 총합<100
k군의 항수는 k이므로
$(k-1)$군까지 항수의 총합
$=1+2+\cdots+(k-1)$
$\therefore \dfrac{(k-1)k}{2}<100$
$(k-1)k<200$
$k=14$일 때 $13\times14=183$
$k=15$일 때 $14\times15=210$
$\therefore k=14$
따라서 100번째항은 14군에 있다.
13군까지 항수의 총합$=91$이므로
92항　93항　　100항　　105항
↓　　↓　　　　↓　　　↓
14,　　14,⋯⋯14,　⋯14
$\therefore a_{100}+a_{101}+\cdots+a_{106}$
$=14\times6+15=99$

45. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.



서로 다른 두 자연수 a와 b에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a,\ b)$라 하자. 예를 들면 $N(4,\ 6)=4$이고 $N(12,\ 27)=3$이다.
$N(32,\ 33)+N(32,\ 34)+N(32,\ 35)+\cdots+N(32,\ 63)$의 값은?

① 196 ② 258 ③ 270 ④ 312 ⑤ 344

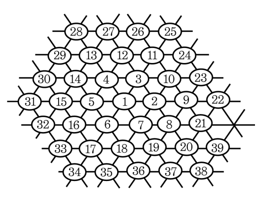
해설

열의 맨 오른쪽 수를 나열하여 계차수열을 생각해 보면
$1,\ \ 3,\ \ 7,\ 15,\ 31,\ \cdots$
$\vee\ \vee\ \vee\ \ \vee$
$2\ \ \ 4\ \ \ 8\ \ \ 16\cdots$
이므로 위에서 5번째 열의 맨 끝의 수는 63임을 알 수 있다.
서로 다른 두 자연수 a와 b에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수가 $N(a,\ b)$이므로
$N(32,\ 33)+N(32,\ 34)+N(32,\ 35)+\cdots+N(32,\ 63)$
$=2+(4+4)+(6+6+6+6)+\underbrace{(8+\cdots+8)}_{8개}+\underbrace{(10+10+\cdots+10)}_{16개}$
$=2+4\times2+6\times4+8\times8+10\times16=258$

해설

그림에서
n
/\
$2n\ 2n+1$ 인 관계가 있고, 서로 다른 두 자연수 $a,\ b$에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수가
$N(a,\ b)$이므로
$N(32,\ 33)=2$
$N(32,\ 34)=N(32,\ 35)=4$
$N(32,\ 36)=N(32,\ 37)=N(32,\ 38)=N(32,\ 39)=6$
$N(32,\ 40)=N(32,\ 41)=\cdots=N(32,\ 47)=8$
$N(32,\ 48)=N(32,\ 49)=\cdots=N(32,\ 63)=10$이다.
$\therefore N(32,\ 33)+N(32,\ 34)+N(32,\ 35)+\cdots N(32,\ 63)$
$=2+4\times2+6\times4+8\times8+10\times16=258$

46. 평면 위에 한 변의 길이가 1 인 정삼각형들이 그물 모양으로 서로 연결되어 있다. 다음 그림과 같은 규칙으로 1 에서부터 출발하여 차례대로 꼭짓점에 수를 적어갈 때, 1 이 적힌 꼭짓점에서 331 이 적힌 꼭짓점까지의 거리는?



① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

1군 : 1
2군 : 2, 3, 4, 5, 6, 7
3군 : 8, 9, $\cdots$, 19
4군 : 20, $\cdots\cdots\cdots$, 37이라 하고,
n군의 항의 개수를 구해 보자.
1군 $\to$ 1개
2군 $\to$ 6개 $= 6 \times 1$개
3군 $\to$ 12개 $= 6 \times 2$개
4군 $\to$ 18개 $= 6 \times 3$개
$\vdots$
n군 $\to$ $6 \cdot (n-1)$개
331이 k군에 있다 하면
$(k-1)$군까지의 항의 개수의 총합 < 331
$1 + 6 \times 1 + \cdots + 6(k-2) < 331$
$\dfrac{(k-1)\{1+6(k-2)\}}{2} < 331$
$(k-1)(6k-11) < 662$
$k = 11$일 때 $(k-1)(6k-11) = 550$,
$k = 12$일 때 $(k-1)(6k-11) = 671$
이므로 $k = 11$
즉 331은 11군에 있다.
따라서 1이 적힌 꼭짓점까지의 거리 $= 10$