1. 연립방정식 $\begin{cases} 4x+2y=3 \\ 3x+5y=8 \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-\frac{1}{14}$

▷ 정답 : $y=\frac{23}{14}$

해설

$4x+2y=3 \cdots ①$
$3x+5y=8 \cdots ②$
$① \times 3 - ② \times 4$ 이면
$-14y=-23,\ y=\frac{23}{14},\ x=-\frac{1}{14}$

2. 연립방정식 $\begin{cases} y = -3x - 2 \\ mx - 3y = 4m \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $4x = -2y - 6$ 을 만족시킬 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = -3x - 2$를 $4x = -2y - 6$에 대입하면, $x = 1$, $y = -5$이다.
따라서 $x = 1$, $y = -5$를 $mx - 3y = 4m$에 대입하면 $m = 5$이다 .

3. 연립방정식 $\begin{cases} x-4y=1 \cdots ㉠ \\ 2x+3y=a-5 \cdots ㉡ \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 3 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-4$

해설

㉠식에 $x=3y$ 를 대입하면
$3y-4y=1$, $y=-1$
㉡식에 $(-3,-1)$ 을 대입하면,
$-6-3=a-5$, $a=-4$

4. 연립방정식 $\begin{cases} 3(x-3)+y=2(x-4) \\ x+2(y-x)=-1 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $y=5x-a$ 를 만족할 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x+y=1 & \cdots ㉠ \\ -x+2y=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡을 하면 $3y=0 \quad \therefore y=0$

$y=0$을 ㉠에 대입하면 $x+0=1 \quad \therefore x=1$

$x=1,\ y=0$을 $y=5x-a$에 대입하면

$0=5-a \quad \therefore a=5$

5. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{5}y=\frac{2}{5} \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=1 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x=\frac{3}{4}, y=\frac{11}{8}$
② $x=-\frac{4}{5}, y=-4$
③ $x=\frac{1}{4}, y=\frac{21}{8}$
④ $x=\frac{5}{4}, y=\frac{11}{8}$
⑤ $x=\frac{5}{4}, y=\frac{9}{8}$

해설

$\begin{cases} 5x-2y=4 \cdots ㉠ \\ 3x+2y=6 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ + ㉡을 하면 $x=\frac{5}{4}$, $y=\frac{9}{8}$ 이다.

6. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 10이고 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 54가 크다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

십의 자리 숫자 x, 일의 자리 숫자 y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=10 \cdots ① \\ 10x+y=10y+x-54 \cdots ② \end{cases}$$

②식을 간단히 하면 $x-y=-6$ 방정식을 풀면 $x=2$, $y=8$ 이므로 두 자리 자연수는 28 이다.

7. 학생이 40 명인 학급에서 남학생의 $\frac{1}{8}$ 과 여학생의 $\frac{1}{3}$ 이 안경을 꼈다. 이들의 합이 학급 전체 수의 $\frac{1}{4}$ 일 때, 여학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 24 명

해설

남학생 수를 x 명 , 여학생 수를 y 명이라 하면

$\begin{cases} x+y=40 \\ \frac{1}{8}x+\frac{1}{3}y=40\times\frac{1}{4} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=40 \\ 3x+8y=240 \end{cases}$

$\therefore\ x=16,\ y=24$

8. 가로의 길이가 세로의 길이의 3 배보다 4cm 짧은 직사각형이 있다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 32cm 일 때, 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

가로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라고 하면

$\begin{cases} x = 3y - 4 \\ 2(x+y) = 32 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x = 3y - 4 & \cdots (1) \\ x + y = 16 & \cdots (2) \end{cases}$

(1)을 (2)에 대입하면 $3y - 4 + y = 16$

$y = 5,\ x = 11$

따라서 가로의 길이는 11cm 이다.

9. 영희와 철수가 가위바위보를 하여 이긴 사람은 4 계단씩 올라가고, 진 사람은 2 계단씩 내려가기로 하였다. 얼마 후 영희는 42 계단을 올라와 있고, 철수는 처음 위치 그대로였다. 이때 철수가 이긴 횟수를 구하여라.

▶ 답: 회

▷ 정답: 7 회

해설

영희가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, 철수가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$\begin{cases} 4x-2y=42 \\ 4y-2x=0 \end{cases}$ 연립해서 풀면 $x=14,\ y=7$ 이다.

10. 부등식 $x+a<4(x-1)$ 을 풀면 $x>3$ 이다. 이때, a 의 값은 얼마인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

먼저 부등식을 풀면,

$x+a<4(x-1)$

$x+a<4x-4$

$x-4x<-4-a$

$-3x<-4-a$

$x>\dfrac{4+a}{3}$

이때, 해가 $x>3$ 이므로

$\dfrac{4+a}{3}=3$

$\therefore\ a=5$

11. $\frac{2x-1}{3} > \frac{3x}{2} - 5$을 만족하는 자연수 x의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{2x-1}{3} > \frac{3x}{2} - 5$

$2(2x-1) > 9x - 30$

$x < 5.6$

$\therefore \quad 1, 2, 3, 4, 5$

따라서 5개이다.

12. 부등식 $6x-a \le 3+4x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 4개일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $5 < a < 7$　② $5 \le a < 7$　③ $4 \le a < 7$
④ $4 < a \le 7$　⑤ $4 < a \le 7$

해설

$6x - a \le 3 + 4x$
$6x - 4x \le 3 + a$
$2x \le 3 + a$
$\therefore x \le \dfrac{3+a}{2}$
x는 자연수이고, 개수가 4개이므로 x가 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4이다.
$\dfrac{3+a}{2}$의 범위는 $4 \le \dfrac{3+a}{2} < 5$ 이어야 하므로 $5 \le a < 7$이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < x+3 \\ 5x \geq 3x-4 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x는 몇 개인가?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$\begin{cases} 2x-1 < x+3 \\ 5x \geq 3x-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-x < 3+1 \\ 5x-3x \geq -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$\therefore\ -2 \leq x < 4$

$\therefore\ x = -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이므로 6개

14. 다음 중 연립부등식 $\frac{1}{5}(x+5)-1<\frac{x-2}{3}+2<\frac{7+x}{2}$ 의 해가 될 수 없는 것은?

① -13 ② -9 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

i) $\frac{1}{5}(x+5)-1<\frac{x-2}{3}+2$

$3x+15-15<5x-10+30$

$-2x<20$

$x>-10$

ii) $\frac{x-2}{3}+2<\frac{7+x}{2}$

$2x-4+12<21+3x$

$x>-13$

i), ii)에서 공통된 범위의 해를 구하면 $x>-10$ 이다.

따라서 $x=-13$ 일 때, $-13<-10$ 이므로 $x=-13$ 은 해가 될 수 없다.

15. 두 부등식 $2x-3<x+2$, $a<2x$의 공통해가 $3, 4$가 되도록 a 값의 범위를 정하면?

① $4<a\leq 6$　② $a<6$　③ $3\leq a<5$

④ $4\leq a<6$　⑤ $5\leq a<7$

해설

$x<5,\ x>\frac{a}{2}$ 이므로

$\frac{a}{2}<x<5$를 만족하는 정수가 $3,\ 4$가 되기 위해서

$2\leq\frac{a}{2}<3$

$\therefore 4\leq a<6$

16. 600 원 짜리 A 라면과 450 원 짜리 B 라면을 합하여 9 개를 사고, 그 값이 4500 원 이상 5000 원 미만이 되게 하려고 한다. 봉투값으로 20 원이 들었다면 A 라면은 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

A 라면을 x 개 샀으면 B 라면은 $(9-x)$ 개를 샀다.

$4500 \le 600x + 450(9-x) + 20 < 5000$

$450 \le 15x + 407 < 500$

$43 \le 15x < 93$

$\frac{43}{15} \le x < \frac{93}{15}$

따라서, A 라면은 최대 6 개까지 살 수 있다.

17. 다음을 읽고 부등식으로 나타낸 것 중 바른 것을 고르면?

> 8% 소금물 200g 에서 물을 증발시켰더니 농도가 12% 이상이 되었다.

① $\dfrac{8}{200+x} \times 100 \geq 12$
② $\dfrac{16}{200+x} \times 100 \geq 12$
③ $\dfrac{8}{200-x} \times 100 \geq 12$
④ $\dfrac{16}{200-x} \times 100 \geq 12$
⑤ $\dfrac{16-x}{200-x} \times 100 \geq 12$

해설

물을 증발시켰으므로 물의 양은 줄어들고 소금의 양은 그대로 남아있다.
8% 의 소금물 200g 에 녹아있는 소금의 양은

$$(\text{소금}) = (\text{농도}) \times \frac{(\text{소금물})}{100}$$
$$= 8 \times \frac{200}{100} = 16\,(\text{g})$$

농도로 식을 세우면, $\dfrac{16}{200-x} \times 100 \geq 12$

18. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ ② $\frac{10}{3} < x \le \frac{16}{3}$ ③ $\frac{10}{4} < x \le \frac{16}{3}$
④ $\frac{10}{3} \le x \le 4$ ⑤ $3 \le x \le \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.
이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.
사다리 꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,
$15 \le \frac{5}{2}(3x - 4) \le 30$ 이다.
이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \le \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \le 30 \end{cases}$$ 이고,

간단히 하면 $\begin{cases} x \ge \frac{10}{3} \\ x \le \frac{16}{3} \end{cases}$ 이다.

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ 이다.

19. 알파벳 J, R, T 와 숫자 2, 8 을 일렬로 배열하여 비밀번호를 만들려고 한다. 만들 수 있는 비밀번호는 모두 몇 가지인가?

① 15 가지 ② 24 가지 ③ 60 가지

④ 120 가지 ⑤ 240 가지

해설

5 개를 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로 $5\times4\times3\times2\times1 = 120$ (가지) 이다.

20. 부모를 포함한 6 명의 가족이 나란히 서서 사진을 찍으려고 한다. 이 때, 아버지, 어머니가 양 끝에 서는 경우의 수는?

① 12 가지 ② 18 가지 ③ 24 가지

④ 36 가지 ⑤ 48 가지

해설

부모를 제외한 네 명이 나란히 서는 경우이므로 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
이때, 부모는 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 2 = 48$ (가지)

21. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자들 중에 3 개를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 아래가 설명 하는 '나' 에 해당하는 숫자는 몇인지 말하여라.

· 나는 가운데 숫자는 4 인 세 자리 정수 입니다. · 나는 15 번째로 큰 수 입니다. · 나는 짝수입니다.

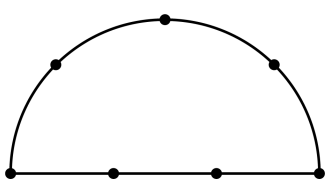
▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

백의 자리가 4 인 수를 세어보면 4□□ ⇒ $4 \times 3 = 12$ 이므로 15 번째로 큰 수는 340 이 나온다.
340 은 가운데 숫자가 4 인 세 자리 정수이고, 짝수이다.

22. 다음 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 두 점을 이어 생기는 서로 다른 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16개

해설

7개의 문자에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7\times6=42$(개)이다. 그런데 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BA}$는 같은 선분이므로 $\frac{7\times6}{2\times1}=21$(개)이다. 여기서 반원의 지름 위에 있는 네 개의 점은 같은 직선을 만든다. 따라서 서로 다른 직선의 개수는 다음과 같다.

$\frac{7\times6}{2\times1}-\frac{4\times3}{2\times1}+1=16$(개)

23. A, B, C, D 4 명을 모아 놓고 농구를 하였다. 운동이 끝난 후 무심코 가방을 들었을 때, 자기 가방을 든 학생이 한 명도 없을 경우의 수는?

① 5 가지 ② 8 가지 ③ 9 가지

④ 12 가지 ⑤ 15 가지

해설

4 명의 학생을 A, B, C, D 라 하고 그들의 가방을 각각, a, b, c, d 라 할 때,
학생들이 가져간 가방을 (A, B, C, D) 꼴로 나타내 보면
(b, a, d, c), (b, c, d, a), (b, d, a, c), (c, a, d, b), (c, d, a, b), (c, d, b, a), (d, a, b, c), (d, c, a, b), (d, c, b, a)
$\therefore$ 9 가지

24. 정육면체의 한 점 A 에서 모서리를 따라 갔을 때 가장 멀리 있는 점을 B 라고 하자. A 를 출발하여 모서리를 따라 B 에 도착하는 길 중, 길이가 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

점 A 에서 갈림길은 3 가지이고, 그 다음 점에서 점 B 에 이르는 길은 각각 2 가지씩이므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$(가지)이다.

25. 명동의 한 백화점에서는 30만 원 이상을 구입한 고객에게 사은품으로 6가지 물품 중 2가지를 준다고 한다. 물품 중 2가지를 선택할 때, 선택할 수 있는 경우의 수는?

① 15가지 ② 16가지 ③ 17가지
④ 18가지 ⑤ 19가지

해설

6개 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{6\times5}{2\times1}=15$(가지)이다.

26. 주머니 A 에는 흰 공이 3 개, 검은 공이 5 개, 주머니 B 에는 흰 공이 2 개, 검은 공이 4 개, 주머니 C 에는 흰 공이 1 개, 검은 공이 3 개 들어있다. 혜원이는 주머니 A 에는 현진이는 주머니 B 에서 승원이는 주머니 C 에서 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때 흰 공일 확률이 가장 높은 사람은?

① 혜원 ② 현진 ③ 승원
④ 현진과 승원 ⑤ 혜원과 승원

해설

각각의 주머니에서 흰 공이 나올 확률은

A : $\frac{3}{8}$, B : $\frac{1}{3}$, C : $\frac{1}{4}$

∴ 혜원

27. 다음 그림과 같은 동전 3 개를 동시에 던질 때, 합이 –1 이 될 확률은?

앞면 뒷면

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

동전 3 개를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 가지이고, 합이 –1 이 나오려면 뒷면 2 개, 앞면 1 개가 나와야 한다. 따라서 (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)로 3 가지이다.

따라서 합이 –1 이 될 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

28. 연립방정식 $\begin{cases} ax+4y=17 \\ 5x+by=10 \end{cases}$ 의 해가 $(-1,\ 5)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$ax+4y=17$ 에 점 $(-1,\ 5)$ 를 대입

$-a+20=17$

$a=3$

$-5x+by=10$ 에 점 $(-1,\ 5)$ 를 대입

$5+5b=10$

$b=1$

$\therefore\ a+b=4$

29. $x,\ y$ 에 대한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때, $a+b$ 의 값은?

(가) $\begin{cases} 5x+3y=7 \\ ax+by=13 \end{cases}$ (나) $\begin{cases} ax-2by=-2 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\begin{cases} 5x+3y=7 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x=2,\ y=-1$

$x=2,\ y=-1$ 을 대입해서 $\begin{cases} 2a-b=13 \\ 2a+2b=-2 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면

$a=4,\ b=-5$

그러므로 $a+b=-1$

30. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=2 \\ bx+ay=1 \end{cases}$ 를 바르게 풀면 해가 $x=2,\ y=3$ 이 나오는데, 선미는 상수 a, b 를 바꿔 놓고 풀어서 해가 (p, q) 가 나왔다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\begin{cases} ax+by=2 \\ bx+ay=1 \end{cases}$ 에 $x=2,\ y=3$ 을 대입하면 $\begin{cases} 2a+3b=2 \\ 2b+3a=1 \end{cases}$

가 나오고

이를 연립하면 $a=-\frac{1}{5}, b=\frac{4}{5}$ 가 나온다.

선미가 푼 방정식은 $\begin{cases} bx+ay=2 \\ ax+by=1 \end{cases}$ 이므로

$a=-\frac{1}{5},\ b=\frac{4}{5}$ 를 대입하면 $x=3,\ y=2$ 이 나온다. 따라서

$p+q=3+2=5$가 된다.