

1. 점 (1, 2) 를 지나고,  $y$  축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

점 (1, 2) 를 지나고  $y$  축에 평행한 직선이므로  
 $\therefore x = 1$

2. 점  $(2, -3)$  과 직선  $3x - 4y + 1 = 0$  사이의 거리는?

- ①  $\frac{19}{5}$       ②  $\frac{14}{5}$       ③  $\frac{19}{4}$       ④  $\frac{16}{3}$       ⑤  $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}$$

3. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2:1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA라 하고,  
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)  
이 선분을 2:1로 내분하는 점 P( $x_1$ )라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2:1로 외분하는 점 Q( $x_2$ )라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서  $PQ = 12 - 4 = 8$

4. 원  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$  과 같은 중심을 갖고, 점  $(1, 2)$  를 지나는 원의 반지름을  $r$  이라 할 때,  $r^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$  이므로

중심은  $(2, -3)$  이다.

구하는 원의 반지름을  $r$  라 하면

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$  이고,

이 원이 점  $(1, 2)$  를 지나므로

$(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$

$\therefore r^2 = 26$

5. 원  $x^2 + y^2 = 13$  위의 점  $(2, 3)$  에서의 접선의 방정식은  $ax + by = 13$  이다.  $a + b$  의 값은?

①  $-13$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $4$       ⑤  $5$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$2x + 3y = 13$   $a = 2, b = 3$   $\therefore a + b = 5$

6. 직선  $y = 2x$  에 대하여 점  $P(a, b)$  와 대칭인 점을  $Q$  라 한다.  $Q$  를  $x$  축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을  $R$  라고 하면,  $R$  과  $P$  는 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이 된다고 한다. 이 때,  $2a - 4b$  의 값은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$R$  과  $P(a, b)$  는 직선  $y = x$  에 대하여

대칭이므로  $R(b, a)$  이고

$Q$  는  $R$  을  $x$  축으로  $-1$  만큼 이동한 것이므로

$Q(b-1, a)$  이다.

또,  $P$  와  $Q$  는  $y = 2x$  에 대하여 대칭이므로

$\left(\frac{a+b-1}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$  는  $y = 2x$  위의 점이고  $\overline{PQ}$  와  $y = 2x$  는 수

직이다.  $\therefore$  (선분  $\overline{PQ}$  의 기울기)  $= \frac{b-a}{a-b+1} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$  이고,

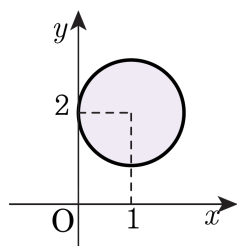
$\frac{a+b}{2} = 2\left(\frac{a+b-1}{2}\right) \dots \textcircled{2}$

①에서  $a-b=1$

②에서  $a+b=2$

$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}, 2a-4b = 3-2 = 1$

7. 다음 그림의 색칠한 부분의 영역을 부등식으로 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 포함한다.)



- ①  $(x+1)^2 + (y+2)^2 \leq 1$       ②  $(x-2)^2 + (y-1)^2 \geq 1$   
③  $(x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1$       ④  $(x-1)^2 + (y-2)^2 \geq 1$   
⑤  $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1$

해설

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$  (경계선)의 내부이므로  $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1$

8. 직선  $y = 2x$  에 평행하고 원  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$  에 접하는 접선의 방정식을 구하면?
- ①  $y = x + 1$  또는  $y = 2x - 11$
  - ②  $y = 2x + 2$  또는  $y = 4x - 4$
  - ③  $y = 2x + 5$  또는  $y = 2x - 15$
  - ④  $y = 3x + 6$  또는  $y = 7x - 19$
  - ⑤  $y = 6x + 3$  또는  $y = 3x - 5$

해설

구하는 접선이 직선  $y = 2x$  에 평행하므로  
 $y = 2x + b \cdots \cdots \textcircled{1}$  로 놓을 수 있다.  
이 때,  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$  에서  
 $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 20$  이므로  
중심이  $(1, -3)$  , 반지름의 길이가  $\sqrt{20}$  인 원이다.  
따라서, 원의 중심  $(1, -3)$  에서 직선  $y = 2x + b$  ,  
즉  $2x - y + b = 0$  까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로  
$$\frac{|2 + 3 + b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{20}$$
 $|b + 5| = 10, b + 5 = \pm 10$  $\therefore b = 5$  또는  $b = -15$   
이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은  
 $y = 2x + 5$  또는  $y = 2x - 15$

해설

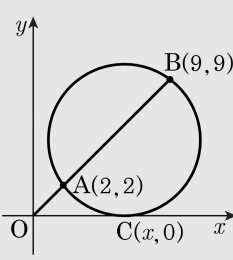
$\textcircled{1}$ 을 원의 방정식에 대입하면  
 $x^2 + (2x + b)^2 - 2x + 6(2x + b) - 10 = 0$   
 $5x^2 + 2(5 + 2b)x + b^2 + 6b - 10 = 0$   
이 이차방정식의 판별식을  $D$  라고 하면  
$$\frac{D}{4} = (5 + 2b)^2 - 5(b^2 + 6b - 10) = 0$$
 $b^2 + 10b - 75 = 0, (b - 5)(b + 15) = 0$  $\therefore b = 5$  또는  $b = -15$  이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  
구하는 접선의 방정식은  
 $y = 2x + 5$  또는  $y = 2x - 15$

9. 좌표평면 위의 두 점 (2, 2), (9, 9) 를 지나고  $x$  축의 양의 부분과 접하는 원 O의 접점의  $x$ 좌표는 ?

- ①  $\frac{9}{2}$
- ② 5
- ③  $\frac{11}{2}$
- ④ 6
- ⑤  $\frac{13}{2}$

해설

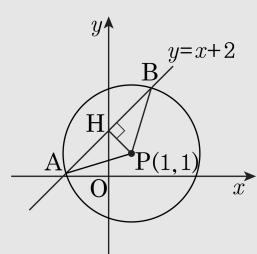
다음 그림에서  
 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$   
 $\therefore x^2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{9^2 + 9^2} = 36$   
 $\therefore x = 6$



10. 중심이 (1, 1) 이고, 반지름이 3 인 원과 직선  $y = x + 2$  가 두 점 A, B 에서 만난다. 이 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

①  $2\sqrt{3}$       ②  $2\sqrt{5}$       ③  $2\sqrt{6}$       ④  $2\sqrt{7}$       ⑤  $2\sqrt{10}$

해설



그림에서 원의 중심을 P, 점 P 에서  
선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{PH} = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 2\sqrt{7}$$