

1. 점 $(1, 2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

점 $(1, 2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로

$\therefore x = 1$

2. 점 $(2, -3)$ 과 직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{19}{5}$

② $\frac{14}{5}$

③ $\frac{19}{4}$

④ $\frac{16}{3}$

⑤ $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}$$

3. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점 $P(x_1)$ 라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2 : 1로 외분하는 점 $Q(x_2)$ 라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $\overline{PQ} = 12 - 4 = 8$

4. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 원의 반지름을 r 이라 할 때, r^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$ 이므로
중심은 $(2, -3)$ 이다.

구하는 원의 반지름을 r 라 하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2 \text{ 이고,}$$

이 원이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 26$$

5. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by = 13$ 이다. $a + b$ 의 값은?

① -13

② -1

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$2x + 3y = 13$ $a = 2, b = 3 \quad \therefore a + b = 5$

6. 직선 $y = 2x$ 에 대하여 점 $P(a, b)$ 와 대칭인 점을 Q 라 한다. Q 를 x 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 R 라고 하면, R 과 P 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이 된다고 한다. 이 때, $2a - 4b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

R 과 $P(a, b)$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이므로 $R(b, a)$ 이고

Q 는 R 을 x 축으로 -1 만큼 이동한 것이므로
 $Q(b-1, a)$ 이다.

또, P 와 Q 는 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이므로

$\left(\frac{a+b-1}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$ 는 $y = 2x$ 위의 점이고 $\overline{PQ}$ 와 $y = 2x$ 는 수

직이다. $\therefore$ (선분 $\overline{PQ}$ 의 기울기) $= \frac{b-a}{a-b+1} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$ 이고,

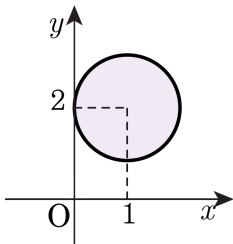
$\frac{a+b}{2} = 2\left(\frac{a+b-1}{2}\right) \dots \textcircled{2}$

①에서 $a - b = 1$

②에서 $a + b = 2$

$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}, 2a - 4b = 3 - 2 = 1$

7. 다음 그림의 색칠한 부분의 영역을 부등식으로 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 포함한다.)



① $(x+1)^2 + (y+2)^2 \leq 1$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 \geq 1$

③ $(x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1$

④ $(x-1)^2 + (y-2)^2 \geq 1$

⑤ $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1$

해설

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ (경계선)의 내부이므로 $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1$

8. 직선 $y = 2x$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ 에 접하는 접선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x + 1$ 또는 $y = 2x - 11$
- ② $y = 2x + 2$ 또는 $y = 4x - 4$
- ③ $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$
- ④ $y = 3x + 6$ 또는 $y = 7x - 19$
- ⑤ $y = 6x + 3$ 또는 $y = 3x - 5$

해설

구하는 접선이 직선 $y = 2x$ 에 평행하므로

$y = 2x + b \dots\dots\dots \textcircled{1}$ 로 놓을 수 있다.

이 때, $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ 에서

$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 20$ 이므로

중심이 $(1, -3)$, 반지름의 길이가 $\sqrt{20}$ 인 원이다.

따라서, 원의 중심 $(1, -3)$ 에서 직선 $y = 2x + b$,

즉 $2x - y + b = 0$ 까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|2 + 3 + b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{20}$$

$$|b + 5| = 10, b + 5 = \pm 10$$

$$\therefore b = 5 \text{ 또는 } b = -15$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x + 5 \text{ 또는 } y = 2x - 15$$

해설

$\textcircled{1}$ 을 원의 방정식에 대입하면

$$x^2 + (2x + b)^2 - 2x + 6(2x + b) - 10 = 0$$

$$5x^2 + 2(5 + 2b)x + b^2 + 6b - 10 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (5 + 2b)^2 - 5(b^2 + 6b - 10) = 0$$

$$b^2 + 10b - 75 = 0, (b - 5)(b + 15) = 0$$

$$\therefore b = 5 \text{ 또는 } b = -15 \text{ 이것을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면}$$

구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x + 5 \text{ 또는 } y = 2x - 15$$

9. 좌표평면 위의 두 점 $(2, 2)$, $(9, 9)$ 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x 좌표는 ?

① $\frac{9}{2}$

② 5

③ $\frac{11}{2}$

④ 6

⑤ $\frac{13}{2}$

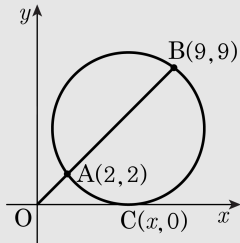
해설

다음 그림에서

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$$

$$\therefore x^2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{9^2 + 9^2} = 36$$

$$\therefore x = 6$$



10. 중심이 (1, 1) 이고, 반지름이 3 인 원과 직선 $y = x + 2$ 가 두 점 A, B 에서 만난다. 이 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

① $2\sqrt{3}$

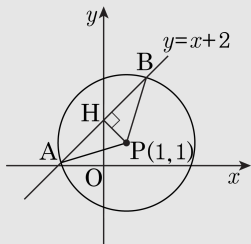
② $2\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{10}$

해설



그림에서 원의 중심을 P, 점 P 에서
선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{PH} = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 2\sqrt{7}$$