

1. x 축 위의 두 점 $A(-4, 0)$, $B(12, 0)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 5 : 3 으로 내분하는 점을 P, 3 : 7 로 외분하는 점을 Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는?

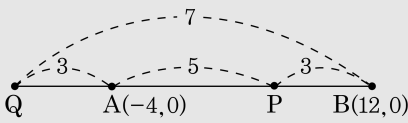
- ① $(-5, 0)$ ② $(-4, 0)$ ③ $(5, 0)$
 ④ $(4, 0)$ ⑤ $(-1, 0)$

해설

그림에서 내분점 $P(x, y)$ 는

$$x = \frac{60 - 12}{5 + 3} = 6, \quad y = \frac{0 + 0}{5 + 3} = 0$$
 $\therefore P(6, 0)$
 외분점 $Q(x, y)$ 는

$$x = \frac{36 + 28}{3 - 7} = \frac{64}{-4} = -16, \quad y = 0$$
 $\therefore Q(-16, 0)$
 $\therefore \overline{PQ}$ 의 중점 $M\left(\frac{6 - 16}{2}, 0\right) = (-5, 0)$



2. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$

② $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$
⑤ $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$

③ $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$

해설

내분점의 성질을 이용하면 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

3. 네 점 A(1, 4), B(-2, -3), C(x, y), D(6, 7)를 네 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 되도록 하는 점 C의 좌표는?

- ① C(-1, 2) ② C(3, 0) ③ C(3, 4)
④ C(1, -1) ⑤ C(0, 0)

해설

평행사변형의 대각선의 성질에 의해 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이 일치하므로

$$\left(\frac{6-2}{2}, \frac{7-3}{2}\right) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$$

$$(2, 2) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$$

$$\therefore x = 3, y = 0$$

$$\therefore C(3, 0)$$

4. $ab < 0$, $ac > 0$ 일 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 이 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면 ③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설

$ab < 0$, $ac > 0$ 이므로 $b \neq 0$ 이다.

따라서, 주어진 직선의 방정식을 b 로 나

누어 정리하면

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$(\text{기울기}) = -\frac{a}{b} > 0$$

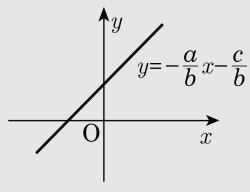
한편, $ab < 0$, $ac > 0$ 이므로

$$ab \cdot ac = a^2bc < 0$$

따라서 $bc < 0$

$$(y \text{ 절편}) = -\frac{c}{b} > 0$$

따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제 4 사분면은 지나지 않는다.



5. 다음 두 이차방정식 $x^2 - y^2 = 0$ 과 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 의 해의 개수는?
- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개
④ 4개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서 $(x + y)(x - y) = 0$
 $\therefore x + y = 0$ 또는 $x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 - y^2 = 0$
 $(x + y - 1)(x - y - 1) = 0$
 $\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$
따라서, 다음 그림과 같이 $x^2 - y^2 = 0$ 는
두 직선 $x + y = 0, x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 는 두 직선 $x + y - 1 = 0, x - y - 1 = 0$
위의 점이므로 다음 그림에서
교점의 개수는 2개

6. 두 직선 $ax + by + c = 0$, $cx + ay + b = 0$ 이 일치할 때, 이 직선과
평행하며, 점 $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $x - y = 1$
- ② $2x + y = 5$
- ③ $2x - y = 3$
- ④ $x + 2y = 5$
- ⑤ $x + y = 3$

해설

$ax + by + c = 0 \Rightarrow$
 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$
 $cx + ay + b = 0 \Rightarrow$
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 이 일치하므로 $-\frac{a}{b} = -\frac{c}{a}, -\frac{c}{b} = -\frac{b}{a}$
 $a^2 = bc, b^2 = ac$
 $\therefore c = \frac{a^2}{b}, c = \frac{b^2}{a}$
 $\therefore \frac{a^2}{b} = \frac{b^2}{a}$
 $\therefore a^3 = b^3 \Rightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 0$
 $\therefore a = b \text{ (} \because a^2 + ab + b^2 \neq 0 \text{)}$
 $\therefore c = \frac{a^2}{b} = \frac{a^2}{a} = a$
 $\therefore a = b = c$
 $\therefore \textcircled{1} : x + y + 1 = 0, y = -x - 1$
 $\therefore$ 구하는 직선의 기울기 : -1
 $\therefore$ 구하는 직선 : $y - 1 = (-1)(x - 2)$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$

7. 두 직선 $2x + y - 7 = 0$, $3x + 2y - 12 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $8x + 5y = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{5}{8}x + \frac{5}{31}$ ② $y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$ ③ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{5}$
④ $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{11}$ ⑤ $y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{31}$

해설

$$2x + y - 7 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y - 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : x = 2, y = 3$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 교점} : (2, 3)$$

$$\text{구하는 직선의 기울기는 } -\frac{8}{5}$$

$$\left(\because y = -\frac{8}{5}x \text{ 와 평행하다. } \right)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 기울기 } -\frac{8}{5} \text{ 이고}$$

$$(2, 3) \text{ 을 지나므로}$$

$$y - 3 = -\frac{8}{5}(x - 2)$$

$$\therefore y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$$

8. 이차방정식 $x^2+y^2+kx-2ky+k^2+k=0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 상수 k 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k \leq 4$

② $\frac{1}{4} \leq k \leq 4$

③ $0 < k < 4$

④ $k \leq 0$ 또는 $k \geq 4$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 4$

해설

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - k)^2 = \frac{k^2}{4} - k$$

원이 되려면 $\frac{k^2}{4} - k > 0$ 이 성립해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k - 4)k > 0$$

$$\Rightarrow k < 0 \text{ 또는 } k > 4$$

9. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$ 과 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 에 대하여 공통현의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 3 = 0$

② $2x - 2y + 3 = 0$

③ $2x - 2y - 3 = 0$

④ $2x + 2y - 3 = 0$

⑤ $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) &= 0 \\ -4x + 4y + 6 &= 0 \\ \therefore 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

10. 반지름의 길이가 각각 4 cm, 9 cm 인 두 원이 외접할 때, 공통외접선의 길이는?

① 8 cm ② 10 cm ③ 11 cm ④ 12 cm ⑤ 14 cm

해설

두 원이 외접하므로 중심 간의 거리는

13 cm 이다.

공통외접선의 길이는 $\sqrt{13^2 - (9 - 4)^2} = 12$

11. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

12. $y = x^2 - 2$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식은?

- ① $y = -x^2 + 2$ ② $y = -x^2 + 3$ ③ $y = x^2 + 2$
④ $y = 2x^2 + 2$ ⑤ $y = 3x^2 + 2$

해설

$y = ax^2 + b$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식
 $y = -ax^2 - b$
 $y = x^2 - 2$ 를
 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식은
 $-y = x^2 - 2$
 $\therefore y = -x^2 + 2$

13. 점 $(-1, k)$ 가 포물선 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 위쪽에 있도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -2$

② $k < -1$

③ $k > 1$

④ $-2 < k < 1$

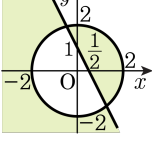
⑤ $-1 < k < 1$

해설

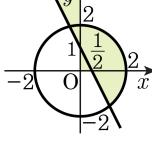
주어진 함수가 $x = -1$ 일때 $y = 1$ 이므로
점 $(-1, k)$ 가 포물선 위쪽에 있기 위해서는
 $k > 1$ 이어야 한다.

14. 부등식 $(2x + y - 1)(x^2 + y^2 - 4) < 0$ 의 영역을 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 제외한다.)

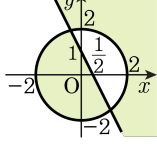
①



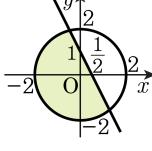
②



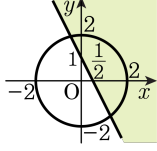
③



④



⑤

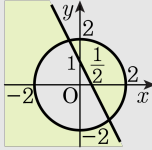


해설

부등식 $(2x + y - 1)(x^2 + y^2 - 4) < 0$ 에서

$$\begin{cases} 2x + y - 1 > 0 \\ x^2 + y^2 - 4 < 0 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x + y - 1 < 0 \\ x^2 + y^2 - 4 > 0 \end{cases}$$

따라서, 주어진 부등식의 영역은 다음 그림과 같다.



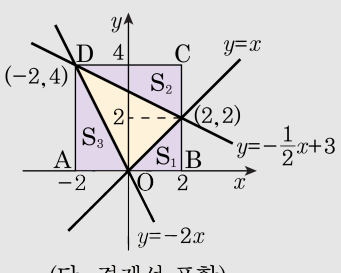
(단, 경계선 제외)

15. 세 부등식 $y \geq x$, $y \geq -2x$, $y \leq -\frac{1}{2}x + 3$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

해설

주어진 부등식을 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분과 같다.
따라서, 구하는 넓이는
 $\square ABCD - (S_1 + S_2 + S_3)$
 $= 4 \cdot 4 - \frac{1}{2}(2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4)$
 $= 6$



(단, 경계선 포함)

16. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

17. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서
i) $x < -1$ 일 때,
 $-(x + 1) < 1 + (2 - x)$
 $\therefore -1 < 3$ 이므로 성립
 $\therefore x < -1$
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x + 1 < 1 + 2 - x$
 $\therefore 2x < 2$
 $\therefore x < 1$
조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x + 1 < 1 - (2 - x)$
 $\therefore 1 < -1$ 이므로 모순
i), ii), iii) 에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

18. 이차부등식 $(x+1)^2 \leq k(x^2-x+1)$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(x+1)^2 \leq k(x^2-x+1)$
 $(k-1)x^2 - (k+2)x + k-1 \geq 0$
모든 x 에 대해 성립하려면,
 $k-1 > 0$, 판별식이 0보다 작거나 같다
 $D = (k+2)^2 - 4(k-1)(k-1) \leq 0$ 에서
 $\{(k+2) - 2(k-1)\}\{(k+2) + 2(k-1)\}$
 $= (-k+4)k \leq 0$
 $\therefore k(k-4) \geq 0, \quad k \leq 0$ 또는 $k \geq 4$
 $\therefore k \geq 4(\because k > 1) \quad \therefore \text{최솟값} : 4$

19. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

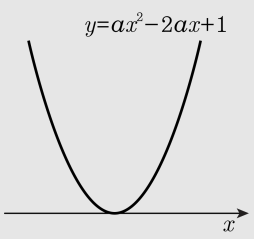
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면
 $y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.

$y=ax^2-2ax+1$



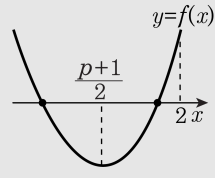
(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$
(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 - a = 0$ 에서 $a = 0$ 또는 $a = 1$
(i), (ii)에서 $a = 1$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 값의 범위는?

- ① $0 < p < 1$ ② $\frac{1}{2} < p < 1$ ③ $1 \leq p < 2$
 ④ $1 < p < \frac{4}{3}$ ⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$ 라 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

(ii) $f(2) > 0$ 에서 $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{p+1}{2}$ 이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

(i), (ii), (iii) 에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$

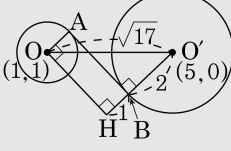
그런데 $p > 0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

21. 두 원 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-5)^2 + y^2 = 4$ 의 공통내접선의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

두 원의 중심거리는
 $\overline{OO'} = \sqrt{(5-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{17}$
 $\overline{O'H} = \overline{O'B} + \overline{BH} = \overline{O'B} + \overline{OA} = 2 + 1 = 3$
이므로 $\overline{AB} = \overline{OH} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'H}^2}$
 $= \sqrt{17 - 3^2} = 2\sqrt{2}$



따라서, 공통내접선의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

22. 중심이 C(1, 2)이고, 직선 L : $x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 반지름을 r 이라 할 때 r^2 은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

$$\text{반지름은 } \frac{|1 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

∴ 구하는 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore r^2 = 5$$

23. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ 에 접할 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 11$

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2^2$$

직선이 원에 접하므로 원의 중심

$(1, -1)$ 에서 직선까지의 거리가

원의 반지름의 길이 2 와 같다.

$$\text{따라서, } \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$|a - 1| = 10$$

$$a - 1 = \pm 10$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 11$$

24. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ 위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

OP의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 OP $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$

25. 점 $(a, -3)$ 이 포물선 $y = x^2 + 4x$ 의 외부에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 < a < -1$ ② $-3 \leq a < 1$ ③ $1 < a < 3$
④ $1 \leq a < 3$ ⑤ $-3 < a < 1$

해설

점 $(a, -3)$ 이 포물선 $y = x^2 + 4x$ 의 외부에 있으므로
 $-3 > a^2 + 4a$, $(a+3)(a+1) < 0$
 $\therefore -3 < a < -1$