1. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

2. 다음 중 집합의 원소가 <u>없는</u> 것은?

① $\{0\}$

② $\left\{x \mid x\text{는 } 4\text{의 약수 중 홀수}\right\}$

③ $\left\{x \mid x\text{는 } 3 \times x = -1\text{인 자연수}\right\}$

④ $\left\{x \mid x\text{는 } 11 < x \leq 12\text{인 자연수}\right\}$

⑤ $\left\{x \mid x\text{는 } x \leq 1\text{인 자연수}\right\}$

해설

① $\{0\}$
② $\{1\}$
④ $\{12\}$
⑤ $\{1\}$

3. 두 집합 $A = \left\{x \mid x\text{는 } 6\text{의 약수}\right\}$, $B = \{a,\ b, \{c,\ \varnothing\}\}$ 일 때, $n(A)+n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

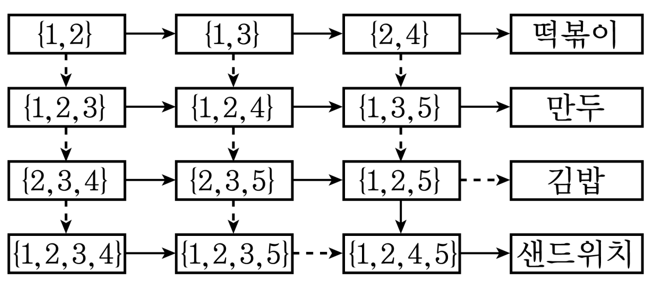
▷ 정답 : 7

해설

$A = \left\{x \mid x\text{는 } 6\text{의 약수}\right\} = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이므로
$n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) = 7$ 이다.

4. 정훈이는 친구들과 함께 간식을 먹기 위해 다음과 같은 규칙으로 게임을 하였다. 정훈이가 먹을 수 있는 간식을 구하여라.

[규칙 1] $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는다.
[규칙 2] $\boxed{}$ 안에 집합이 [규칙1]을 만족하면 점선을 따라서, 만족하지 않으면 실선을 따라간다.
[규칙 3] $\{1,\ 2\}$ 에서 시작한다.

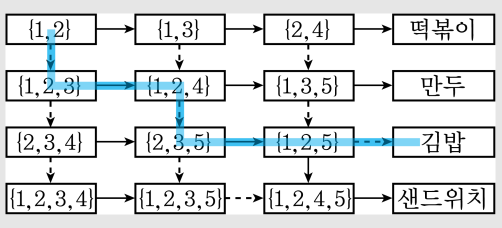


▶ 답 :

▷ 정답 : 김밥

해설

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합을
$\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 5\}$, $\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$ 이다.
규칙에 맞게 따라가면 다음과 같다.



5. 다음에서 두 집합 A, B가 서로소인 것을 고르면?

① $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{x \mid x$는 5보다 작은 소수$\}$

② $A=\{x \mid x \geq 1$인 실수$\}$, $B=\{x \mid x \leq 1$인 실수$\}$

③ $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

④ $A=\{3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{x \mid x$는 $-1<x \leq 3$인 정수$\}$

⑤ $A=\{x \mid x=2n+1, n$은 자연수$\}$,
$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

해설

$A=\{x \mid x=2n+1,\ n$은 자연수$\}$
$=\{3,\ 5,\ 7,\ 9,\ \cdots\}$

6. 어느 학급의 학생 중 농구를 좋아하는 학생이 32 명, 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 농구와 야구를 모두 좋아하는 학생이 9 명이다. 이 때, 농구 또는 야구를 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: ______ 명

▷ 정답: 49 명

해설

농구를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 야구를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.
농구와 야구를 동시에 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 9$ 이다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 32 + 26 - 9$
$x = 49$

7. 명제 '$p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$　② $Q^c \subset P$　③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$　⑤ $P \subset Q$

해설

'$p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.' 가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

8. $\sim p \to \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \to p$ ② $p \to q$ ③ $\sim p \to \sim q$

④ $\sim p \to q$ ⑤ $p \to \sim q$

해설

‘명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.’

$\sim p \to \sim q \Leftrightarrow$ 역 : $\sim q \to \sim p$(참)

$\sim q \to \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \to q$(참)

9. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$
$n(A) = 10$

10. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2 를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$2^{(1,\ 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$

11. 두 집합 $A = \{1, 2, a-3, 6\}$, $B = \{2, b+4, 3, 1\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로
$a-3=3$, $b+4=6$
따라서 $a=6$, $b=2$
$\therefore\ a-b=4$

12. 집합 $P = \{x | -1 < x < 1,\ x \in A\}$에 대하여 다음 중 참인 것은?

① A가 실수의 집합이면 P는 유한집합이다.

② A가 유리수의 집합이면 P는 유한집합이다.

③ A가 자연수의 집합이면 P는 공집합이다.

④ A가 정수의 집합이면 P는 무한집합이다.

⑤ A가 실수의 집합이면 집합 P의 원소 중에는 가장 큰 것과 가장 작은 것이 있다.

해설

① x가 실수이면 $-1 < x < 1$인 x는 무수히 많다. 따라서 P는 무한집합이다.
② x가 유리수이면 $-1 < x < 1$인 x는 무수히 많다. 따라서 P는 무한집합이다.
③ x가 자연수이면 $-1 < x < 1$ 인 x는 없다. 따라서 P는 공집합이다.
④ x가 정수이면 $-1 < x < 1$ 인 x는 0뿐이다. 따라서 $P = \{0\}$이므로 유한집합이다.
⑤ x가 실수이고 양쪽에 등호가 없으므로 최대인 x와 최소인 x는 존재하지 않는다.

13. 다음 중 명제 「$x+y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.」가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x=1,\ y=\frac{1}{2}$ ② $x=100,\ y=\frac{1}{2}$

③ $x=1,\ y=1$ ④ $x=2,\ y=4$

⑤ $x=-1,\ y=-5$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것을 고르면 된다.
따라서 ②가 올바른 반례이다

14. 실수 x에 대한 두 조건

p : $\lvert x-2\rvert < a$ (단, $a>0$) q : $x<-3$ 또는 $x>1$

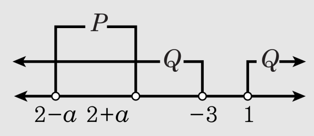
에 대하여 명제 $p \rightarrow q$가 참이 되기 위한 a의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

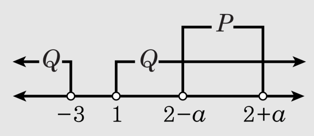
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\lvert x-2\rvert < a$ 에서 $-a < x-2 < a \therefore 2-a < x < 2+a \therefore$
$P=\{x \mid 2-a<x<2+a\}$, $Q=\{x \mid x<-3$ 또는 $x>1\}$
따라서 $P \subset Q$가 되려면 $2+a \leq -3 \cdots$ ㉠ 또는 $2-a \geq 1 \cdots$ ㉡,
즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$
그런데 $a>0$이므로 구하는 a의 범위는 $0<a \leq 1$

㉠ : 

㉡ : 

$\therefore \alpha=0,\ \beta=1$
$\therefore \alpha+\beta=1$

15. 명제 $\sim p \rightarrow q$와 $r \rightarrow \sim p$가 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?

① $\sim q \rightarrow p$　　② $\sim q \rightarrow \sim r$　　③ $p \rightarrow \sim r$

④ $r \rightarrow q$　　⑤ $q \rightarrow r$

해설

$\sim p \rightarrow q$ (T) 그의 대우 $\sim q \rightarrow p$ (T), $r \rightarrow \sim p$ (T) 그의 대우 $p \rightarrow \sim r$ (T) 또한 $r \rightarrow \sim p$, $\sim p \rightarrow q$ 이므로, $r \rightarrow q$ (T) 그의 대우 $\sim q \rightarrow \sim r$ (T)

16. 조건 p는 조건 q이기 위한 어떤 조건인지 차례대로 바르게 나열한 것은? (단, x, y, z는 실수)

㉠ p : $x^2+y^2>0$, q : $x \neq 0$, $y \neq 0$
㉡ p : $x+z>y+z$, q : $x>y$

① ㉠ 필요조건 ㉡ 충분조건
② ㉠ 충분조건 ㉡ 필요조건
③ ㉠ 충분조건 ㉡ 필요충분조건
④ ㉠ 필요충분조건 ㉡ 필요충분조건
⑤ ㉠ 필요조건 ㉡ 필요충분조건

해설
㉠ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.
㉡ 주어진 명제와 역 모두 참이다.

17. $x+3 \neq 0$이 $x^2+ax-6 \neq 0$이기 위한 필요조건일 때, 상수 a의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$x^2+ax-6 \neq 0$이면 $x+3 \neq 0$이다.(참)
대우 : $x+3=0$이면 $x^2+ax-6=0$이다.(참)
$x^2+ax-6=0$에 $x=-3$ 대입 $\therefore a=1$
부정문으로 된 명제는 대우를 사용하여 긍정문으로 바꾸면 판단하기가 쉬워진다.

18. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

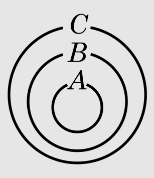
② $A \subset B$, $B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

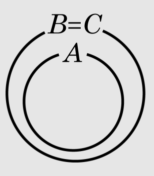
③ $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다.

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

① 

② 

③ 예를 들면 $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B$, $B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면, $A = B = C$

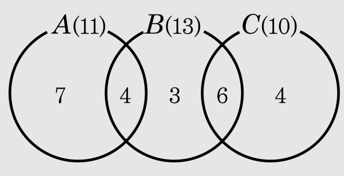
⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

19. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \varnothing$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12　　② 17　　③ 24　　④ 30　　⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore\ n(A \cup B \cup C) = 24$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는?

① $A \cap B$　　② $A \cup \varnothing$　　③ $(A \cap B) \cap A$

④ $A - B$　　⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \varnothing$

21. 전체집합U 의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 집합연산이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C)$

② $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)\cap(A\cap B)^c$

③ $(A-C)\cup(B-C)=(A\cup B)-C$

④ $(A\cup C)-(B\cup C)=A-(B\cup C)$

⑤ $A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cup C)$

해설

① (좌변)
$=(A-B)\cup(A-C)$
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap C^c)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=A\cap(B^c\cup C^c)$
$=A\cap(B\cap C)^c$ ($\because$ 분배법칙과 드 모르간의 법칙)
$=A-(B\cap C)$
=우변 ($\because$ 차집합의 성질)
② (우변)
$=(A\cup B)\cap(A\cap B)^c$
$=(A\cup B)-(A\cap B)$ ($\because$ 차집합의 성질)
벤다이어그램을 그려보면 좌변과 같음을 확인할 수 있다.
③ (좌변)
$=(A-C)\cup(B-C)$
$=(A\cap C^c)\cup(B\cap C^c)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=(A\cup B)\cap C^c$
$=(A\cup B)-C$ (우변) ($\because$ 분배법칙과 차집합의 성질)
④ 좌변
$=(A\cup C)-(B\cup C)$
$=(A\cup C)\cap(B\cup C)^c$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup[C\cap(B\cup C)^c]$ ($\because$ 분배법칙)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup[C\cap(B^c\cap C^c)]$ ($\because$ 드 모르간의 법칙)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup\varnothing$
$=A\cap(B\cup C)^c$
$=A-(B\cup C)$ (우변)
⑤ 좌변
$=A-(B-C)=A\cap(B\cap C^c)^c$
$=A\cap(B^c\cup C)$ ($\because$ 차집합의 성질과 드 모르간의 법칙)
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap C)$
$=(A-B)\cup(A\cap C)\neq$ 우변 $\rightarrow$ 모두를 벤다이어그램을 그려서 비교할 수 있다.

22. 집합 $A=\{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

(1) $B \subset A$
(2) B 의 원소의 개수는 3 개 이하이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
원소의 개수가 3 이하인 집합 A 의 부분집합은 다음과 같다.
원소가 0 개인 부분집합 : $\varnothing$
원소가 1 개인 부분집합 :
$\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{12\}$
원소가 2 개인 부분집합 :
$\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 6\}$, $\{1,\ 12\}$,
$\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 6\}$, $\{2,\ 12\}$, $\{3,\ 4\}$,
$\{3,\ 6\}$, $\{3,\ 12\}$, $\{4,\ 6\}$, $\{4,\ 12\}$, $\{6,\ 12\}$
원소가 3 개인 부분집합 :
$\{1,\ 2,\ 3\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 12\}$,
$\{1,\ 3,\ 4\}$, $\{1,\ 3,\ 6\}$, $\{1,\ 3,\ 12\}$, $\{1,\ 4,\ 6\}$,
$\{1,\ 4,\ 12\}$, $\{1,\ 6,\ 12\}$, $\{2,\ 3,\ 4\}$, $\{2,\ 3,\ 6\}$,
$\{2,\ 3,\ 12\}$, $\{2,\ 4,\ 6\}$, $\{2,\ 4,\ 12\}$, $\{2,\ 6,\ 12\}$,
$\{3,\ 4,\ 6\}$, $\{3,\ 4,\ 12\}$, $\{3,\ 6,\ 12\}$, $\{4,\ 6,\ 12\}$