

1. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P와 y축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

- ① P(2.4, -1), Q(0, 6) ② P(3.6, 0), Q(-1, 6)
③ P(3.6, 0), Q(0, 6) ④ P(2.4, 0), Q(0, 5)
⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x, 0) 과 Q(0, y)를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2 + 2^2} = \sqrt{(x-4)^2 + 5^2}$
양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$
 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2 + (y-2)^2} = \sqrt{4^2 + (y-5)^2}$
양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

2. 두 점 A(1,3) B(4,0) 을 잇는 선분 AB 를 2 : 1 로내분하는 점 P 와
외분하는 점 Q라 할 때 선분 PQ의 거리를 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

내분점, 외분점을 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 0 + 1 \times 3}{2 + 1} \right) = (3, 1) \quad Q =$$

$$\left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, \frac{2 \times 0 - 1 \times 3}{2 - 1} \right) = (7, -3)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

3. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 x+y의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$
따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

4. 직선 $ax + by + c = 0$ 은 $ab > 0$, $bc < 0$ 일 때, 몇 사분면을 지나지 않는가?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
⑤ 제 1 사분면, 제 2 사분면

해설

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서
 $-\frac{a}{b} < 0$ ($\because ab > 0$)
 $-\frac{c}{b} > 0$ ($\because bc < 0$)이므로
제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면을 지난다.

5. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 4 = 0$

② $x - 2y - 4 = 0$

③ $2x - 3y - 4 = 0$

④ $3x - y - 4 = 0$

⑤ $3x - 2y - 4 = 0$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 에 수직이므로, 기울기는 } 2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4$$

6. 두 직선 $kx + 2y + 3 = 0$, $2x + ky + 4 = 0$ 이 서로 평행하도록 양수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하려면 기울기는 같고
 y 절편은 달라야 한다.

$$\frac{k}{2} = \frac{2}{k} \neq \frac{3}{4} \quad \therefore k^2 = 4$$

따라서 양수 k 의 값은 2이다.

7. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

8. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y - c = 0$ 이 y 축과 만나고 x 축과는 만나지 않을 때, 정수 c 의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

원의 방정식

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - c = 0$$

을 표준형으로 바꾸면

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = c+13 \text{ 이므로}$$

중심이 $(2, 3)$ 반지름의 길이가 $\sqrt{c+13}$

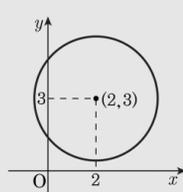
인 원이 된다.

다음 그림과 같이 y 축과는 만나고,

x 축과는 만나지 않으므로

$$2 \leq \sqrt{c+13} < 3 \text{ 에서 } -9 \leq c < -4$$

\therefore 정수 c 의 개수는 $-9, -8, -7, -6, -5$ 의 5개



9. 세 점 $P(-1, -1)$, $Q(1, 1)$, $R(0, 1)$ 을 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$ ② $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 4 = 0$

③ $x^2 + y^2 + x - 4y - 5 = 0$ ④ $x^2 + y^2 + 3x - y - 1 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓으면
이 원이 세 점 $P(-1, -1)$, $Q(1, 1)$, $R(0, 1)$ 을 지나므로
이 점을 차례로 대입하면

$$(-1)^2 + (-1)^2 + A \cdot (-1) + B \cdot (-1) + C = 0$$

$$\therefore A + B - C = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1^2 + 1^2 + A \cdot 1 + B \cdot 1 + C = 0$$

$$\therefore A + B + C = -2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$0^2 + 1^2 + A \cdot 0 + B \cdot 1 + C = 0$$

$$\therefore B + C = -1 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$A = -1, B = 1, C = -2$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$$

10. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(5, -3)$ 을 지나는 원의 방정식을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

\therefore 중심은 $(2, 1)$ 이다.

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = r^2$$

$(5, -3)$ 을 지나므로 대입하면,

$$(5-2)^2 + (-3-1)^2 = r^2 \quad r = 5$$

$$\therefore a + b + r = 2 + 1 + 5 = 8$$

11. 이차방정식 $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 6a^2 - a - 6 = 0$ 이 원의 방정식이 될 때 다음 중 a 가 가질 수 없는 정수 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(x+a)^2 + (y-2a)^2 = -(a^2 - a - 6)$$

이것이 원을 나타내려면 $-(a^2 - a - 6) > 0$
즉 $a^2 - a - 6 < 0$
 $\therefore -2 < a < 3$

12. $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 2 인 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x \pm \sqrt{5}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ ③ $y = 4x \pm 2\sqrt{5}$
④ $y = 5x \pm 5\sqrt{5}$ ⑤ $y = x \pm 2\sqrt{5}$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x \pm 3\sqrt{1+2^2} \leftarrow m = 2, r = 3$$

$$\therefore y = 2x \pm 3\sqrt{5}$$

13. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 31 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 16

해설

$x^2 + y^2 - 8x + 10y + 31 = 0$ 을 변형하면
 $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 10$
이 원이 평행이동하여 $x^2 + y^2 = c$ 가 되려면 $c = 10$

14. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

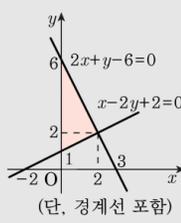
$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

15. 세 부등식 $x \geq 0, x - 2y + 2 \leq 0, 2x + y - 6 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다. 이때, 두 직선 $x - 2y + 2 = 0, 2x + y - 6 = 0$ 의 교점은 점 $(2, 2)$ 이므로 어두운 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$



(단, 경계선 포함)

16. 다음 부등식을 풀어라.

$$|x-1| > |x-2|$$

▶ 답:

▷ 정답: $x > \frac{3}{2}$

해설

- i) $x < 1$ 일 때,
 $-(x-1) > -(x-2)$ 에서 $1 > 2$ 이므로 모순
- ii) $1 \leq x < 2$ 일 때,
 $(x-1) > -(x-2)$ 에서
 $2x > 3, x > \frac{3}{2}$
조건에서 $1 \leq x < 2$ 이므로 $\frac{3}{2} < x < 2 \dots \textcircled{1}$
- iii) $x \geq 2$ 일 때, $(x-1) > (x-2)$ 에서 $1 < 2$ 이므로 성립
 $\therefore x \geq 2 \dots \textcircled{2}$
- $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $x > \frac{3}{2}$

17. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx-3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1-k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1-k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

18. 두 대의 승용차 A, B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 v km로 달리고, 나머지 거리는 시속 u km로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 u km로 달리고 나머지 소요된 시간은 v km로 달린다고 한다. 승용차 A, B 의 평균 속력이 각각 x km/시, y km/시일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

$$\text{시간을 } t \text{ 라 하면 } t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u+v} = x$$

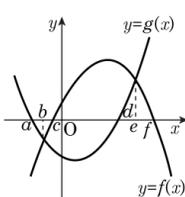
$$\text{승용차 } B \text{의 평균 속력은 } \frac{1}{2}(u+v) = y$$

$$y - x = \frac{1}{2}(u+v) - \frac{2uv}{u+v}$$

$$= \frac{(u+v)^2 - 4uv}{2(u+v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

19. 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)g(x) > 0$ 의 해는?



- ① $a < x < c, d < x < f$
 ② $a < x < b, e < x < f$
 ③ $b < x < c, d < x < e$
 ④ $a < x < c, e < x < f$
 ⑤ $x < a, c < x < d, x > f$

해설

$f(x)g(x) > 0$ 이면

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

따라서 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 모두 x 축보다 위쪽에 있거나 또는 모두 x 축보다 아래쪽에 있어야 한다.

$\therefore a < x < c, d < x < f$

20. 평면위의 두 점 $A(m^2, -m)$, $B(1, m)$ 일 때, 두 점 사이의 거리 \overline{AB} 는?

- ① m^2 ② $m^2 + 1$ ③ $m^2 + 2$
④ $m^2 + 3$ ⑤ $m^2 + 4$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(1-m^2)^2 + (m+m)^2} \\ &= \sqrt{m^4 + 2m^2 + 1} \\ &= \sqrt{(m^2+1)^2} = m^2 + 1\end{aligned}$$

21. 중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ ② $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

③ $(x-5)^2 + (y-9)^2 = 15$ ④ $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$

⑤ $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 22$

해설

중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하므로
반지름의 길이 r 은 $r = 4$
따라서, 구하는 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

23. 점 $(a, 5)$ 가 곡선 $y = 2x^2 - 2x + 1$ 의 위 또는 윗부분에 있을 때, 상수 a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 $(a, 5)$ 가 부등식 $y \geq 2x^2 - 2x + 1$ 이 나타내는 영역에 포함되어야 한다.

$$5 \geq 2a^2 - 2a + 1, 2a^2 - 2a - 4 \leq 0$$

$$a^2 - a - 2 \leq 0, (a + 1)(a - 2) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 2$$

a 의 최댓값은 2 이고, 최솟값은 -1 이다.

$$\therefore 2 + (-1) = 1$$

24. 점 (x, y) 가 다음 연립부등식의 영역을 움직일 때, 일차식 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

$$2x + y - 9 \leq 0, \quad x + 2y \leq 6, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

주어진 연립부등식의 영역은 다음 그림의 색칠한 부분이다.

두 직선 $2x + y - 9 = 0$ 과 $x + 2y = 6$ 의 교점의 좌표는 $(4, 1)$ 이다.

이 때, $x + y = k$ (단, k 는 상수) 로 놓으면,

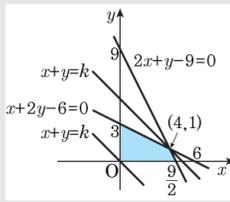
직선 $x + y = k$ 는 점 $(4, 1)$ 을 지날 때,

k 의 값이 최대이고, 그 값은 5 이다.

한편 이 직선이 점 $(0, 0)$ 을 지날 때,

k 의 값이 최소이고, 그 값은 0 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 5



25. 연립부등식 $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y-1}{x-4}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

연립부등식 $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$ 의 영역은
 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.

$\frac{y-1}{x-4} = k(x \neq 4)$ 라 하면,

$y-1 = k(x-4)$ 이므로
 이 직선은 k 의 값에 관계없이
 점 $(4, 1)$ 을 지난다.

점 $(3, 0)$ 을 지날 때,

기울기 k 는 최댓값 1 을 갖고,

점 $(0, 3)$ 을 지날 때,

기울기 k 는 최솟값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

