

1. 대각선의 총수가 14 개인 다각형은 몇 각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 칠각형

해설

n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이므로

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14$$

$$n^2 - 3n - 28 = 0$$

$$(n+4)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = 7 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

따라서 칠각형이다.

2. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개 일 때, 대각선이 모두 65개인 다각형은?

① 십각형

② 십일각형

③ 십이각형

④ 십삼각형

⑤ 십사각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 65$$

$$n^2 - 3n - 130 = 0$$

$$(n+10)(n-13) = 0$$

$$\therefore n = 13 (\because n > 0)$$

3. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 자연수의 합은 얼마인가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } 4$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

$\therefore$ 세 자연수는 3, 4, 5

세 자연수의 합 : $3 + 4 + 5 = 12$

4. 지면에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 지면으로 부터 높이가 60 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ **답:** 초

▶ 답: 초

▶ 정답 : 2 초

▶ 정답 : 6 초

해설

$$60 = 40t - 5t^2$$

$$5t^2 - 40t + 60 = 0$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

5. 지면으로부터 40 m 되는 건물의 꼭대기에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2 + 40$ 인 관계가 성립한다. 지면으로부터 높이가 100 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 모두 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: 초

▷ 정답: 2 초

▷ 정답: 6 초

해설

$h = 100$ 이므로 $h = 40t - 5t^2 + 40$ 에서

$$40t - 5t^2 + 40 = 100$$

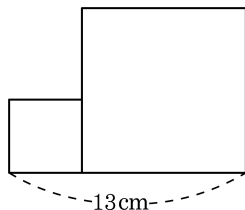
$$5t^2 - 40t + 60 = 0$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$t = 2$ 또는 $t = 6$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 97cm^2 일 때, 작은 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13 - x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (13 - x)^2 = 97$$

$$2x^2 - 26x + 169 = 97$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x - 4)(x - 9) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.

7. 어떤 원의 반지름의 길이를 2cm 만큼 늘였더니 넓이가 처음 원의 3배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① $1 + \sqrt{2}\text{cm}$

② $1 + \sqrt{3}\text{cm}$

③ $1 + 2\sqrt{2}\text{cm}$

④ $1 + 2\sqrt{3}\text{cm}$

⑤ $2 + \sqrt{3}\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름의 길이를 $x\text{cm}$, 늘인 원의 반지름의 길이를 $(x+2)\text{cm}$ 이라 하면

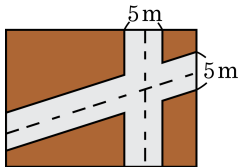
$$3\pi x^2 = \pi(x+2)^2$$

$$3x^2 = x^2 + 4x + 4, x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - (-2)} = 1 \pm \sqrt{3}$$

따라서 $x > 0$ 이므로 $(1 + \sqrt{3})\text{cm}$

8. 가로 길이가 세로 길이보다 7m 더 긴 직사각형 모양의 땅이 있다. 그림과 같이 폭이 5m 인 도로를 만들었더니 도로를 뺀 나머지 부분의 넓이가 260m^2 가 되었다. 처음 직사각형 모양의 가로의 길이는?



① 23 m

② 24 m

③ 25 m

④ 26 m

⑤ 27 m

해설

가로를 $x\text{m}$, 세로를 $(x - 7)\text{m}$ 라 하면

$$(x - 5)(x - 7 - 5) = 260$$

$$x^2 - 17x - 200 = 0$$

$$(x + 8)(x - 25) = 0$$

$$x = 25 \text{ 또는 } x = -8$$

$$\therefore x = 25 (\because x > 12)$$

9. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

10. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 y cm² 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{25}{2}$

④ $\frac{31}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)$ cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)$ cm 에서

$$\begin{aligned}y &= (8 - x)(6 + 2x) \\&= 48 + 10x - 2x^2 \\&= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\&= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2}\end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

11. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16

② 20

③ 36

④ 55

⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.

따라서 $ab = 64$ 이다.

12. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$ m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 에서 $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{9}{2}$ m 이다.

13. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,

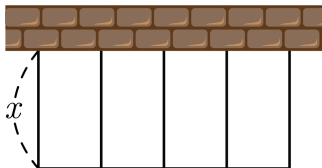
$$x(x - 6) = 91 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x - 91 = 0$$

$$(x + 7)(x - 13) = 0$$

따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

14. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



① 140m^2

② 160m^2

③ 180m^2

④ 200m^2

⑤ 240m^2

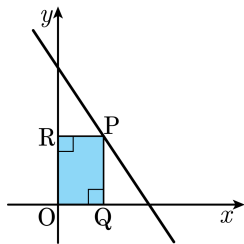
해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은 $x \left(\frac{60-5x}{4} \right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

15. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned}\square\text{OQPR} &= ab = a\left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.