

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

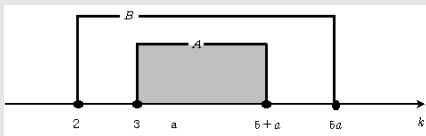
- ① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$$\therefore a \geq \frac{5}{4}$$

3. x 에 대한 부등식 $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b 는 실수)

① $a > b > 0$ 일 때, 해는 $x \geq 1$ 이다.

② $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.

③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.

④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$$ax + b \leq bx + a \text{ 에서 } (a - b)x \leq a - b$$

$$(i) \ a > b \text{ 일 때, } a - b > 0 \text{ 이므로 } x \leq \frac{a - b}{a - b}$$

$$\therefore x \leq 1$$

$$(ii) \ a = b \text{ 일 때, } a - b = 0 \text{ 이므로 } 0 \cdot x \leq 0$$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

$$(iii) \ a < b \text{ 일 때, } a - b < 0 \text{ 이므로 } x \geq \frac{a - b}{a - b}$$

$$\therefore x \geq 1$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 모든 실수

4. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m 의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x - 1)$ 에서

$$m^2x - 1 > mx - m$$

$$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

㉠의 해가 없어야 하므로

$$m^2 - m = 0, 1 - m \geq 0$$

$$m^2 - m = 0 \text{에서 } m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$1 - m \geq 0 \text{에서 } m \leq 1 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

5. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$

$-\frac{b}{a} = 2 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉡}}$ 을 정리하면 $b = -2a \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a), -ax < -10a$

$\textcircled{\text{㉠}}$ 에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

6. 부등식 $|x - 1| + |x - 3| < 6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2 - 4x - 5 < 0$

② $x^2 - 4x + 3 < 0$

③ $x^2 - 6x + 5 < 0$

④ $x^2 - 4x + 3 \leq 0$

⑤ $x^2 - 8x + 15 \leq 0$

해설

(i) $x < 1$ 일 때, $-x + 1 - x + 3 < 6$

$$x > -1 \quad \therefore -1 < x < 1$$

(ii) $1 \leq x < 3$ 일 때, $x - 1 - x + 3 < 6$

$$2 < 6 \quad \therefore 1 \leq x < 3$$

(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x - 1 + x - 3 < 6$

$$x < 5 \quad \therefore 3 \leq x < 5$$

$$\therefore -1 < x < 5$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 5) < 0, x^2 - 4x - 5 < 0$$

7. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

8. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면

$a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다.

따라서 $a(a + 4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고

$a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

9. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $-4 < a < 3$

② $-2 < a < 4$

③ $-2 < a < 6$

④ $2 < a < 4$

⑤ $2 < a < 6$

해설

$$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하려면

이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을

D 라 할 때,

$D < 0$ 이어야 하므로

$$D = a^2 - 4(a + 3) < 0$$

$$a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < a < 6$$

10. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로

i) $a = 0$ 일 때,

$3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $a \neq 0$ 일 때,

$ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면

$$a > 0 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, \quad a(a - 3) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\Delta}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$

i), ii)에서 $0 \leq a < 3$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

11. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

12. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 1$

② $a < -\frac{1}{3}$

③ $a \geq -\frac{1}{3}$

④ $a \leq -\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{㉠}$

또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0, \quad -3a^2 + 2a + 1 < 0$$

$$3a^2 - 2a - 1 > 0, \quad (3a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a > 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$

따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

13. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개

② 3개

③ 5개

④ 7개

⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

14. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

15. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
 ③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
 ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로

$$(14x - 1)(10x - 1) < 0, \quad 140x^2 - 24x + 1 < 0$$

$$-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$$

$$\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots (가)$$

(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면

$$-4x^2 - 48x - 140 < 0$$

$$x^2 + 12x + 35 > 0, \quad (x + 7)(x + 5) > 0$$

$$\therefore x < -7 \text{ 또는 } x > -5$$

16. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

$$-k + 2 \geq -4, \quad k + 2 \leq 4 \text{ 이어야 하므로}$$

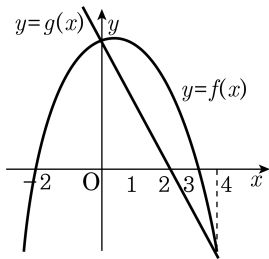
$$k \leq 6, \quad k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

17. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?

- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
⑤ $3 < x < 4$



해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

18. $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 3x \leq 0 \text{에서}$$

$$x(x-3) \leq 0 \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq 3 \cdots (가)$$

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \text{에서}$$

$$(x-1)(x-4) < 0 \text{이므로}$$

$$1 < x < 4 \cdots (나)$$

(가), (나)에 의해

$$1 < x \leq 3 \text{이므로}$$

$$\alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

19. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

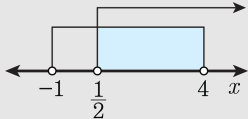
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

20. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

21. 방정식 $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 와 y 의 곱은?

① -2

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 에서

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0,$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0$$

$$x = 2y, x = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8$$

22. 0이 아닌 실수 x, y 가 $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 을 만족할 때, x 에 관한 이 방정식은 실수 a 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ($a \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0 \text{에서}$$

$$x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$$

$$(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$$

$$(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$$

$xy - 2a, y - 2ax$ 는 실수이므로

$$xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$$

$$\therefore xy = 2a, y = 2ax$$

두 식을 연립하면, $2ax^2 = 2a$

$$(a \neq 0) \text{이므로 } x^2 = 1, x = \pm 1$$

23. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,

이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

24. 방정식 $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 를 구하면 $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히 $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

25. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a 는 -10 이상 -2 이하이다.

② a 는 -2 이상 6 이하이다.

③ a 는 6 이상이다.

④ a 는 0 이하이다.

⑤ a 는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서 a 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$

26. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

∴ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

27. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

28. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 을 만족하는 x 의 범위가 $-1 < x < 3$ 일 때, 부등식 $bx^2 - ax - c < 0$ 을 풀어라.

① $-\frac{3}{2} < x < 1$

② $-\frac{1}{2} < x < 0$

③ $x < 2$

④ $0 < x < 3$

⑤ $x < -1$ 또는 $2 < x$

해설

$$ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 양변을 $a(a < 0)$ 로 나누면

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -2, \frac{c}{a} = -3$$

$bx^2 - ax - c < 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$\frac{b}{a}x^2 - x - \frac{c}{a} > 0, -2x^2 - x + 3 > 0$$

$$2x^2 + x - 3 < 0, (2x+3)(x-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

29. 이차방정식 $4x^2 + 8kx + 8k - 3 = 0$ 이 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq \frac{1}{2}$ 또는 $k \geq \frac{3}{2}$

② $k < \frac{1}{2}$ 또는 $k > \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$

⑤ 모든 실수

해설

$$\frac{D}{4} \geq 0 \text{에서 } (4k)^2 - 4(8k - 3) \geq 0$$

$$16k^2 - 32k + 12 \geq 0$$

$$4k^2 - 8k + 3 \geq 0$$

$$(2k - 3)(2k - 1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{1}{2} \text{ 또는 } k \geq \frac{3}{2}$$

30. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10

② 12

③ -15

④ -12

⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$

ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,

i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$

$m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

31. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

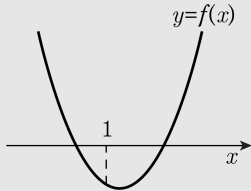
⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



32. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

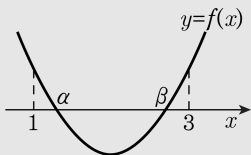
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

33. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

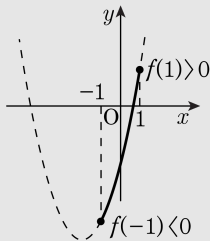
③ $m > -\frac{1}{3}$

④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,
 $f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$