

1. 부등식 $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 에서 범위를 나누어 생각해보면,

i) $x < -2$

$$-2 \cdot (x+2) - (x-1) = -3x - 3 \leq 6, \quad x \geq -3$$

$$\therefore -3 \leq x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 1$

$$2(x+2) - (x-1) = 2x+4-x+1$$

$$= x+5 \leq 6, \quad x \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

iii) $x \geq 1$

$$2(x+2) + (x-1) = 3x+3 \leq 6, \quad x \leq 1$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore -3 \leq x \leq 1, \quad 5 \text{ 개}$$

2. 다음 중 부등식 $x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 1 < 0$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 범위는? (단, a 는 실수)

- ① $-3 \leq a \leq 1$ ② $-1 \leq a \leq \frac{1}{3}$ ③ $-3 < a < 1$
④ $-1 < a < \frac{1}{3}$ ⑤ $-1 \leq a \leq 1$

해설

$x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 1 < 0$ 의 해가
존재하지 않을 조건은
방정식 $x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 1 = 0$ 의
판별식 $D \leq 0$ 이다.

$$\therefore \frac{D}{4} = 4a^2 - (a^2 - 2a + 1) \leq 0$$

$$(3a - 1)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq \frac{1}{3}$$

3. x 의 이차방정식 $mx^2 + 2(1-2m)x + m = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 m 의 범위를 구하면?

① $0 < m < \frac{1}{3}$

② $m < \frac{1}{3}, m > 1$

① $0 < m < \frac{1}{3}$ ② $m < \frac{1}{3}, m > 1$
 ③ $m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$ ④ $m < 0, m > 1$

④ $m < 0$, $m > 1$

⑤ $\frac{1}{3} < m < 1$

해설

이차방정식이므로 $m \neq 0 \dots \textcircled{7}$

$$\frac{D}{4} = (1 - 2m)^2 - m^2 > 0 \text{에 서}$$

$$(m-1)(3m-1) > 0, \quad m < \frac{1}{3}, \quad m > 1 \quad \cdots \textcircled{L}$$

㉠, ㉡에서 $m < 0$, $0 < m < \frac{1}{3}$, $m > 1$

4. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

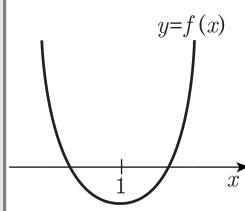
③ $a > -3$

④ $a > -4$

⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a-3 < 0$
 $\therefore a > -3$



5. 점 A(-1, 2), B(2, -2) 에 대하여 다음 중 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키는 점 P 의 좌표가 될 수 없는 것은?

① (3, 5)

② (-1, 7)

③ (4, 2)

④ (2, 3)

⑤ (-4, 6)

해설

$$\overline{AB}^2 = (2 + 1)^2 + (-2 - 2)^2 = 25$$

① P(3, 5) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 - 3)^2 + (2 - 5)^2 = 25$$

② P(-1, 7) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 + 1)^2 + (2 - 7)^2 = 25$$

③ P(4, 2) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 - 4)^2 + (2 - 2)^2 = 25$$

④ P(2, 3) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 - 2)^2 + (2 - 3)^2 = 10$$

⑤ P(-4, 6) 일 때,

$$\overline{PA}^2 = (-1 + 4)^2 + (2 - 6)^2 = 25$$

따라서 ④는 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키지 않는다.

6. 직선 $y = 2x$ 위에 있고 점 A(2, 0), B(3, 1)에서 같은 거리에 있는 점을 P(α, β)라고 할 때, $\alpha\beta$ 를 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 P ($\alpha, 2\alpha$) 라 하면

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(\alpha - 2)^2 + (2\alpha)^2 = (\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2$$

$$-4\alpha + 4 = -6\alpha - 4\alpha + 10$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$$

7. 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 2 : 1로 내분하는 점이 각각 P(1, 3), Q(5, 1), R(4, 4)일 때, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는?

- ① (3, 2)
- ② (3, 3)
- ③

$\left(\frac{10}{3}, 2\right)$
- ④ $\left(\frac{10}{3}, 3\right)$
- ⑤ $\left(\frac{11}{3}, 2\right)$

해설

A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)이라 하면
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이 P(1, 3)이므로
 $\frac{2x_2 + x_1}{2 + 1} = 1, \frac{2y_2 + y_1}{2 + 1} = 3$
 $\therefore 2x_2 + x_1 = 3, 2y_2 + y_1 = 9 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{BC}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이 Q(5, -1)이므로
 $\frac{2x_3 + x_2}{2 + 1} = 5, \frac{2y_3 + y_2}{2 + 1} = -1$
 $\therefore 2x_3 + x_2 = 15, 2y_3 + y_2 = -3 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\overline{CA}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이 R(4, 4)이므로
 $\frac{2x_1 + x_3}{2 + 1} = 4, \frac{2y_1 + y_3}{2 + 1} = 4$
 $\therefore 2x_1 + x_3 = 12, 2y_1 + y_3 = 12 \quad \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서
 $3(x_1 + x_2 + x_3) = 30, 3(y_1 + y_2 + y_3) = 18$
 $\therefore (x_1 + x_2 + x_3) = 10, (y_1 + y_2 + y_3) = 6$
따라서 $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{10}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = 2$ 이므로 삼각형
ABC의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$

8. 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식 $y = ax + b$ 에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30

② 40

③ 50

④ 60

⑤ 70

해설

$25a + b = 10$, $160a + b = 100$ 이므로 두 식을 연립한다.

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3} \quad b = -\frac{20}{3}$$

$$\therefore 100 \text{ 점을 환산하면, } \frac{2}{3} \times 100 - \frac{20}{3} = 60$$

9. 직선 $3x + ay = 3a$ ($a > 0$) 의 그래프가 x 축, y 축과 만나서 이루어진 삼각형의 넓이가 3 일 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

주어진 식의 양변을 $3a$ 로 나누면 $\frac{x}{a} + \frac{y}{3} = 1$

$\therefore x$ 절편이 a , y 절편이 3 이므로

$$S = \frac{1}{2} \times a \times 3 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

10. A (1, 1), B (-2, -3), C ($k, k + 1$)이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$$\Rightarrow \therefore k = 4$$

11. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

k 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2+x-2)k + (1-y) = 0$$

k 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

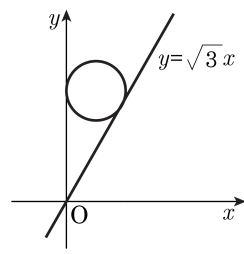
$$\therefore x=-2, y=1$$

$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2, 1)$

$$\therefore a=-2, b=+1$$

$$\therefore a+b=-1$$

12. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에서 중심이 1
사분면 위에 있고, 반지름의 길이가 1 인 원이
 y 축과 직선 $y = \sqrt{3}x$ 에 동시에 접한다. 이
원의 중심의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, $a + b$
의 값은?



- ① 2 ② $2 + \sqrt{2}$
 ③ $3 + \sqrt{3}$ ④ 5
 ⑤ $5 + \sqrt{5}$

해설

y 축에 접하고 반지름이 1 이므로
주어진 원의 방정식은
 $(x - 1)^2 + (y - b)^2 = 1$ 이라 하면
 $y = \sqrt{3}x$ 가 이원에 접하므로
 $(x - 1)^2 + (\sqrt{3}x - b)^2 = 1$
 $x^2 - 2x + 1 + 3x^2 - 2\sqrt{3}bx + b^2 = 1$
 $4x^2 - 2(1 + \sqrt{3}b)x + b^2 = 0$
 이 방정식이 중근을 가지므로
 $(1 + \sqrt{3}b)^2 - 4b^2 = 0$
 $3b^2 + 2\sqrt{3}b + 1 - 4b^2 = 0, b^2 - 2\sqrt{3}b - 1 = 0$
 $\therefore b = \sqrt{3} \pm \sqrt{3+1} = \sqrt{3} \pm 2$
 그런데 $b > 0$ 이므로 $b = \sqrt{3} + 2$
 $\therefore a = 1, b = 2 + \sqrt{3}$ 이므로 $a + b = 3 + \sqrt{3}$

13. 두 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$, $x^2 + y^2 = r^2$ 의 위치 관계가 내접하도록 하는 상수 r 의 값을 구하여라. (단, $r > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 원을

$$C_1 : (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9 \leftarrow \text{중심 } (3, 4)$$

$$C_2 : x^2 + y^2 = r^2 (r > 0) \leftarrow \text{중심 } (0, 0)$$

두 원 C_1, C_2 의 반지름의 길이는 각각 $3, r$ 이고, 중심거리는 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 이다.

이 때, $|r-3| = 5$ 이어야 하므로 $r-3 = \pm 5$

$$\therefore r = 8 (\because r > 0)$$

14. 직선 $y = mx + 3$ 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 와 서로 만나지 않을 때, m 값의 범위를 구하면?

① $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$

③ $-2\sqrt{3} < m < 2\sqrt{3}$

④ $m \leq -2\sqrt{2}, m \geq 2\sqrt{2}$

⑤ $m < -3\sqrt{2}, m > 3\sqrt{2}$

해설

원과 직선이 서로 만나지 않으려면 원의 중심부터 직선까지 거리가 반지름보다 커야 한다.

$$\therefore \frac{|m \times 0 + (-1) \times 0 + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} > 1$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 < 9$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$$

15. $x^2 + y^2 = 5$ 밖의 한 점 $(-1, 3)$ 에서 이 원에 접선을 그을 때, 점 $(-1, 3)$ 에서 접점까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

접선의 길이를 구하는 것이므로
 $\sqrt{1^2 + (-3)^2 - 5} = \sqrt{5}$

16. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①은 원 $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 1$ 과

직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이므로

두 원의 중심 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의

중점이 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 위에 있다.

두 점 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의 중점은

$$\left(\frac{5 + (-1)}{2}, \frac{4 + 8}{2} \right), \text{ 즉 } (2, 6) \text{ 이므로}$$

$$3 \cdot 2 + a \cdot 6 + 6 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

17. 점(4, 3)을 $y = 2x$ 에 대칭이동한 점의 좌표는?

① (0, 5)

② (0, 1)

③ (-1, 2)

④ (0, -5)

⑤ (-1, -2)

해설

점 P(4, 3)을 직선 $y = 2x$ 에 대칭 이동한 점을 $Q(\alpha, \beta)$ 라 할 때 직선 PQ가 $y = 2x$ 에 수직이므로 직선 PQ의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

$$\frac{\beta - 3}{\alpha - 4} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{㉠}$$

점 P, Q의 중점 $\left(\frac{\alpha + 4}{2}, \frac{\beta + 3}{2}\right)$ 이

직선 $y = 2x$ 위에 있으므로

$$\frac{\beta + 3}{2} = 2 \times \frac{\alpha + 4}{2} \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$\alpha = 0, \beta = 5$$

따라서 (0, 5)이다.

18. 다음은 갑, 을, 병, 정 네 사람이 도형의 이동에 대하여 말한 것이다. 올바르게 말한 사람은?

갑: 점 (x, y) 를 점 $(x-a, y-b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(x+a, y+b) = 0$ 이 나타내는 도형으로 이동 한다.
을: 점 (x, y) 를 점 $(x-2, y+1)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -1)$ 은 점 $(0, 0)$ 으로 이동한다.
병: 점 (x, y) 를 점 $(-x, -y)$ 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $y = f(x)$ 이 나타내는 도형은 $y = -f(-x)$ 이 나타내는 도형으로 이동한다.
정: 점 (x, y) 를 점 (y, x) 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형으로 이동한다.

- ① 갑, 을, 병
- ② 갑, 을, 정
- ③ 갑, 병, 정
- ④ 을, 병, 정
- ⑤ 갑, 을, 병, 정

해설

갑, 을, 정 : 참
병 : $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$: 원점 대칭
 $\therefore y = f(x) \rightarrow -y = f(-x)$: 거짓

19. $|x-2|+|y|\leq 2$ 을 만족하는 영역 D 의 넓이를 구하여라. 또 이 영역 D 를 만족하는 점 (x,y) 에 대하여 $x-2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

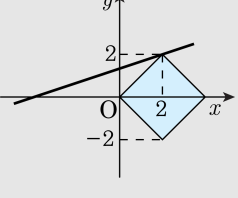
▶ 답 :

▷ 정답 : 넓이= 8

▷ 정답 : 최솟값= -2

해설

$|x-2|+|y|\leq 2$ 의 영역은
i) $x\geq 2, y\geq 0$ 일 때는 $x+y\leq 4$
ii) $x\leq 2, y\geq 0$ 일 때는 $y\leq x$
iii) $x\geq 2, y<0$ 이면 $x-y\leq 4$
iv) $x\leq 2, y<0$ 이면 $y\geq -x$
색칠한 부분의 넓이는
 $\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$
 $x-2y=k$ 라 하면,
직선이 $(2,2)$ 를 지날 때
 k 는 최소가 된다.
 $\therefore 2-2\times 2=-2\Rightarrow$ 최솟값 : -2



20. 세 부등식 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq -2x + 6$ 을 만족시키는 x, y 값에 대하여 $y - 2x$ 의 최댓값과 최솟값을 구하면?

- ① 최댓값 : 6, 최솟값 : -6 ② 최댓값 : 6, 최솟값 : -4
 ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : -6 ④ 최댓값 : 4, 최솟값 : 2
 ⑤ 최댓값 : 4, 최솟값 : -4

해설

$x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq -2x + 6$ 를 만족시키는 x, y 를 구하기 위해 그래프를 그려보면
 그림과 같으므로
 $y - 2x = k$ 라 하면
 $y = 2x + k$ 가
 (0, 6)를 지날 때 최대,
 (3, 0)을 지날 때 최소임을 알 수 있다.
 $\therefore$ 최댓값 : 6, 최솟값 : -6

