

1. 이차방정식 $(x-1)^2 = x-3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -3, c = 4$$

$$\therefore a - b + c = 8$$

2. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

3. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

4. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) $= 2$

$2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$8 - 6 - k = 0$

$\therefore k = 2$

5. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

6. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 24 가 작아졌다. 어떤 자연수를 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$x^2 = 2x + 24, x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -4$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 6$

7. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

8. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, -2$ 일 때, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$(x+3)(x+2)=0$$

$$x^2+5x+6=0, a=5, b=6$$

$$6x^2+5x+1=0$$

$$(3x+1)(2x+1)=0$$

$$x=-\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{1}{2}$$

9. 이차방정식 $3(x+2)^2 = 6$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$3(x+2)^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$x+2 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{2}$$

따라서 두 근의 합은 -4 이다.

10. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$
④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$ ⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\begin{aligned}\therefore x &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}\end{aligned}$$

11. $(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : -3

해설

$$(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$$

$a-b = X$ 로 치환하면

$$X^2 - X - 12 = 0, (X-4)(X+3) = 0$$

$$\therefore X = 4 \text{ 또는 } X = -3$$

$$\therefore a-b = 4 \text{ 또는 } -3$$

12. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

13. 이차방정식 $2x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. $b + c$ 의 값을 구하면?

① -51 ② -52 ③ -53 ④ -54 ⑤ -55

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -4, \quad \alpha\beta = \frac{5}{2} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 16 - 5 = 11 \\ (\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) &= -b = 7 \\ \therefore b &= -7 \\ c &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = -44 \\ \therefore b + c &= -51\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 3 이고, 큰 근은 작은 근의 2 배 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 근을 α , $\alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + 3 = 2\alpha, \alpha = 3$$

따라서 두 근은 3, 6 이다.

근과 계수와의 관계로부터

$$-a = 3 + 6, a = -9$$

$$b = 3 \times 6 = 18$$

$$\therefore a + b = 9$$

15. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 2, -6 \text{ 이므로}$$

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{- 32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

16. $x(x-3)=0$ 을 $(ax+b)^2=q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2-3x &= 0 \\x^2-3x+\frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a=1, b=-\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

18. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는
 $B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원
 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$
 $= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 이다.
 $\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$
 $2x^2 + 175x - 1950 = 0$
 $(2x + 195)(x - 10) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 10$

19. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \cdots + f(23) + f(24)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{1}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, -(x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

20. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 36t - 4t^2 &= 80 \\ 4t^2 - 36t + 80 &= 0 \\ (t - 4)(t - 5) &= 0 \\ \therefore t &= 4, 5 \\ 4 &\leq t \leq 5 \\ \therefore a + b &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$