

1. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

2. 다음 보기 중 $x = 1$, $x = 3$ 을 모두 해로 가지는 이차방정식을 골라라.

보기

㉠ $x(x - 1) = 0$

㉡ $(x + 1)(x - 1) = 0$

㉢ $x(x + 3) = 0$

㉣ $(x - 1)(x - 3) = 0$

㉤ $(x + 1)(x + 3) = 0$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$x = 1$ 과 $x = 3$ 을 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ㉣뿐이다.

3. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $4x^2 - 8x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$4x^2 - 8x + k = 0$$

$$4\left(x^2 - 2x + \frac{k}{4}\right) = 0$$

$$\left(\frac{-2}{2}\right)^2 = \frac{k}{4}$$

$$\therefore k = 4$$

5. 이차방정식 $(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(x-2)^2 = 5$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$$

두 근의 곱을 구하면

$$(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 5 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다.
 $A - B$ 의 값은?

① 16 ② -16 ③ 12 ④ -12 ⑤ -10

해설

$$2x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 10}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$A = 3, B = 19$$

$$\therefore A - B = 3 - 19 = -16$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$ ② $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ ③ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$
④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$ ⑤ $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8

해설

두 근의 곱 -2 가 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근이므로, x 에 -2 를 대입하면, $(-2)^2 - 5(-2) + k = 0$
 $\therefore k = -14$

9. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 $-3, 8$ 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 $4, 6$ 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 12$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x-8) &= x^2 - 5x - 24 = 0 \\(x-4)(x-6) &= x^2 - 10x + 24 = 0 \\ \text{상수항은 } -24, \text{ 일차항의 계수는 } -10 \text{ 이므로} \\ x^2 - 10x - 24 &= 0 \\(x-12)(x+2) &= 0 \\ \therefore x = 12 \text{ 또는 } x = -2\end{aligned}$$

10. 높이가 10m 인 건물 위에서 똑바로 떨어뜨린 공의 t 초 후의 높이를 h m라 할 때, $h = (10 + 30t - 5t^2)$ 이다. 공이 다시 건물에 떨어지는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 5 초 ② 6 초 ③ 7 초 ④ 8 초 ⑤ 9 초

해설

$$10 + 30t - 5t^2 = 10$$

$$t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 6 \quad (\because t > 0)$$

따라서 공이 다시 건물에 떨어지는데 6초 걸린다.

11. 가로와 세로의 비가 3 : 2 인 직사각형에서 가로, 세로의 길이를 똑같이 3cm 씩 늘였더니 넓이가 2 배가 되었다. 처음 주어진 직사각형의 가로의 길이는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

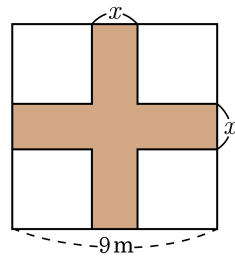
$$2(3x+3)(2x+3) = (3x+3)(2x+3) \rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(2x+1) = 0 \rightarrow x = 3, -\frac{1}{2}$$

$x = 3$ 이므로 가로의 길이는 $3x = 9$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

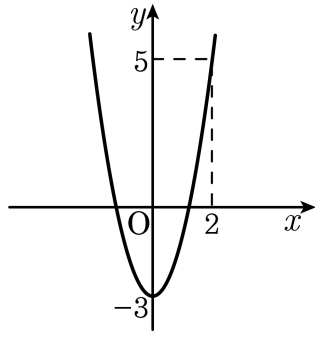
- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m



해설

$$\begin{aligned} 9x + 9x - x^2 &= 32 \\ (x - 2)(x - 16) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (\because x < 9) \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① $(1, -2)$ ② $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ③ $(-1, 1)$
④ $(-2, -5)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$

해설

점 $(2, 5)$ 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함수값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

14. y 가 x 의 제곱에 비례하고, $x = -2$ 일 때 $y = -12$ 이다. y 를 x 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $y = 6x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -6x^2$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에 $(-2, -12)$ 를 대입하면, $-12 = a \times (-2)^2$, $a = -3$

$\therefore y = -3x^2$

15. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① y 축에 대하여 대칭이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y 축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
∴ ②가 옳지 않다.

16. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 4x^2 - 2$

② $y = 4x^2 + 2$

③ $y = 4(x - 2)^2$

④ $y = 4(x + 2)^2$

⑤ $y = 4(x - 2)^2 + 2$

해설

$y = 4x^2 - 2$

17. 이차함수 $y = (x-2)(x+k^2)$ ($k > 0$) 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 양의 x 절편 그리고 직선 $y = x + 2$ 가 y 축과 만나는 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 y 좌표가 -5 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

포물선이 y 축과 만나는 점은 $(0, -2k^2)$ 이고 직선의 y 절편은 $(0, 2)$ 이고, 양의 x 절편은 $(2, 0)$ 이다.

외심 O 의 y 좌표가 -5 이므로 $\frac{2-2k^2}{2} = -5$

$\therefore k = \pm\sqrt{6}$

따라서 $k > 0$ 이므로 $k = \sqrt{6}$ 이다.

18. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10 + k$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때, x 축과 만나지 않는 k 값의 범위가 $k > a$ 이다. a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 식을 정리하면

$y = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 10 + k = 2(x - 3)^2 - 8 + k$ 이므로

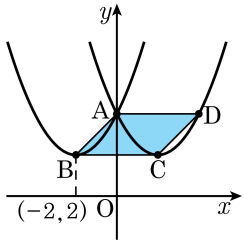
평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x - 4)^2 - 5 + k$ 이다.

이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

최솟값 $-5 + k$ 가 0 보다 커야 하므로 $k > 5$

따라서 $a = 5$ 이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

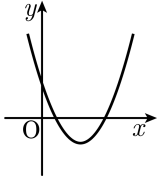
▷ 정답 : 8

해설

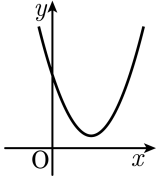
$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변화였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

20. 다음 중 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?

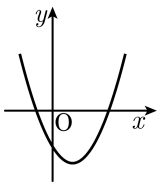
①



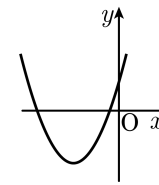
②



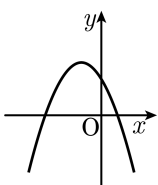
③



④



⑤



해설

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선,
 $ab > 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 왼쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

21. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + 5$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + 5$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

22. 두 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{3} + (y - 2)^2 = 1$ 이 성립할 때, $x^2 + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{x^2}{3} + (y - 2)^2 = 1$ 에서 $x^2 = -3y^2 + 12y - 9$ 를 주어진 식에

대입하면

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= x^2 + (-3y^2 + 12y - 9) + y^2 \\ &= -2y^2 + 12y - 9 \\ &= -2(y - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

그런데 x, y 는 실수이므로

$$x^2 = -3y^2 + 12y - 9 \geq 0$$

$-3y^2 + 12y - 9 \geq 0, y^2 - 4y + 3 \leq 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 3$ 이다.

따라서 $x^2 + y^2$ 는 $y = 1$ 일 때 최솟값이 1, $y = 3$ 일 때 최댓값이 9 이므로 구하는 값은 $1 + 9 = 10$ 이다.

23. 이차함수 $y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

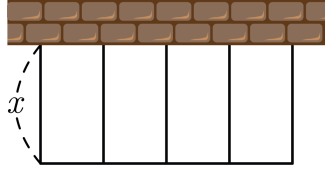
해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 2ax - 2a - 4 \\ &= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} - 2a - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -\frac{a^2}{2} - 2a - 4 \\ &= -\frac{1}{2}(a+2)^2 - 2 \end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -2$$

24. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?

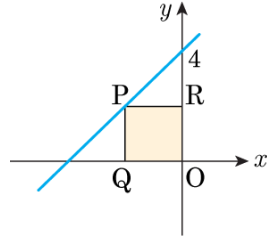


- ① 140m² ② 160m² ③ 180m²
 ④ 200m² ⑤ 240m²

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$
 담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180$
 $= -5(x-6)^2 + 180$

25. 다음 그림과 같이 직선이 $y = x + 4$ 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발이 각각 Q,R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 S 라 한다. S 가 최대가 될 때 점 P 의 좌표는?



- ① (2,1) ② (2,4) ③ (-2,2)
 ④ (-2,-4) ⑤ (4,2)

해설

점 P 의 좌표는 $(a, a + 4)$ 이고 넓이는 S 이므로
 $S = a(a + 4) = (a^2 + 4a + 4) - 4 = (a + 2)^2 - 4$
 $\therefore P(-2, -2 + 4) = P(-2, 2)$