

1. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 4$ ② $\alpha\beta = 1$ ③ $\alpha^2 + \beta^2 = 18$

④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$ ⑤ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 14$

해설

근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$

③ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 = 14$

2. 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = ab - b + 2$ 라고 할 때, $(2x - 1)\Delta(x + 3) = 2$ 를 만족하는 음의 실수 x 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}(2x - 1)\Delta(x + 3) &= (2x - 1)(x + 3) - (x + 3) + 2 = 2 \\ 2x^2 + 4x - 6 &= 0 \\ x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ (x + 3)(x - 1) &= 0 \\ \text{따라서 음의 실수 } x &\text{는 } -3\text{이다.}\end{aligned}$$

3. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 $0, b : 0$

② $a : -5$ 또는 $-1, b : -5$

③ $a : 1$ 또는 $-3, b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 $5, b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 $2, b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

4. 두 수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 $(a-b)^2 + 2(a-b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a-b=t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t+5)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$a < b$ 이므로 $t = a-b = -5$

$a+b=7$ 이므로 두 식을 연립하면 $a=1, b=6$

$$\therefore ab = 6$$

5. 이차방정식 A 가 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 B 의 두 근일 때, $\frac{n}{m}$ 의 값을 구하여라.

$$A : x^2 + (k-2)x + 4 = 0$$
$$B : x^2 + mx + n = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

A 가 중근을 가지려면 $(k-2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ 이 되어야 한다.

$$k^2 - 4k - 12 = 0$$

$$(k-6)(k+2) = 0$$

$$\therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 6$$

$-2, 6$ 이 이차방정식 B 의 두 근이므로

$$4 - 2m + n = 0, 36 + 6m + n = 0$$

두 식을 연립하면 $m = -4, n = -12$ 이다.

$$\therefore \frac{n}{m} = 3$$

6. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 의 두 근이 3, -2 일 때, 이차방정식 $bx^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?
(단, a, b 는 상수)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{a}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{3b}{2}$

$$3 + (-2) = -\frac{a}{2}, \quad 3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$$

$$\therefore a = -2, \quad b = -4$$

이차방정식 $-4x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서

두 근의 곱은 $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ 이다.

7. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로
 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

8. 다음 이차방정식의 근이 $-1, 2$ 일 때, $a+b^2$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } 1 = \frac{1}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -1 \times 2 = -2 = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a + b^2 = 5$$

9. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

10. 어떤 양수를 제공해야 할 것을 잘못하여 7배 하였더니 제공한 것보다 18이 작아졌다고 한다. 원래의 수는?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

원래의 수를 x 라 하면 $x^2 - 18 = 7x$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$(x - 9)(x + 2) = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore x = 9(x > 0)$$

11. 형의 나이는 동생의 나이보다 4 살 많고, 동생의 나이의 제곱은 형의 나이의 5 배보다 4 살이 많을 때, 동생의 나이는?

① 7살 ② 8살 ③ 9살 ④ 10살 ⑤ 11살

해설

형의 나이를 $x+4$, 동생의 나이를 x 살이라 하면

$$5(x+4) + 4 = x^2$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

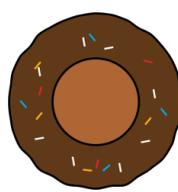
$$(x-8)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 동생의 나이는 8살이다.

12. 다음 그림과 같이 원 모양의 빵의 둘레에 폭이 20 cm 인 크림을 바르려고 한다. 크림의 넓이가 빵과 크림의 넓이의 합을 $\frac{3}{4}$ 이라고 할 때, 빵의 반지름은?

- ① 17 ② 19 ③ 20
④ 22 ⑤ 23



해설

빵의 반지름을 x cm 라 하면

$$\pi(x+20)^2 - \pi x^2 = \frac{3}{4}\pi(x+20)^2$$

$$\frac{1}{4}\pi(x+20)^2 = \pi x^2$$

$$(x+20)^2 = 4x^2$$

$$3x^2 - 40x - 400 = 0$$

$$(x-20)(3x+20) = 0$$

$$\therefore x = 20 (\because x > 0)$$

13. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉣ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉤ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

14. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
- ② 대칭축은 $x = 1$ 이다.
- ③ 점 (2, 3)을 지난다.
- ④ 위로 볼록한 포물선이다.
- ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

15. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}y &= -3(-x-1)^2 + 2 \\y &= -3(x+1)^2 + 2 \\ \text{점 } (-1, k) \text{ 를 대입하면} \\ -3(-1+1)^2 + 2 &= k \\ \therefore k &= 2\end{aligned}$$

16. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$

② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

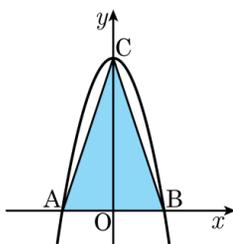
$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

17. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 9, 점 A 와 B
는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

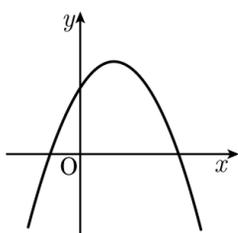
$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = -3, B = 3$$

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나가는 사분면은?



- ① 제 1, 2, 3 사분면 ② 제 1, 3, 4 사분면
 ③ 제 1, 2, 4 사분면 ④ 제 2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제 1, 3 사분면

해설

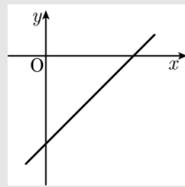
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

기울기 $-\frac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



\therefore 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

20. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

21. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$ 의 그래프가 $x = 1$

인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의 x 좌표가 1 이므로 $-\frac{b}{2a} = 1$,

$$b = -2a \cdots \text{㉠}$$

$$a + b = -2 \cdots \text{㉡}$$

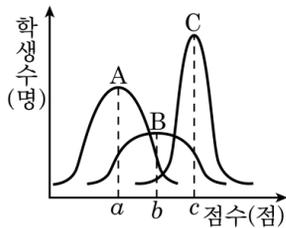
㉠, ㉡에 의하여 $a = 2, b = -4$

또한 x 절편이 3 이므로 $9a + 3b + c = 0$

$$\therefore c = -6$$

따라서 $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$ 이다.

22. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

23. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

- ① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400$ (kg)
전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139$ (kg)
 \therefore (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

24. 세 수 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \dots\dots\text{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3}$$

$$= 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \dots\dots\text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \dots\dots\text{㉢}$$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47 \text{ 이다.}$$

25. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $3x, 3y, 3z$ 의 분산은?

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$$

한편, $3x, 3y, 3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3} = \frac{3(x+y+z)}{3} = \frac{3 \times 12}{3} = 12$$

따라서 분산은

$$\frac{(3x-12)^2 + (3y-12)^2 + (3z-12)^2}{3}$$

$$= \frac{9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 72(x+y+z) + 144 \times 3}{3}$$

$$= \frac{9 \times 54 - 72 \times 12 + 432}{3} = \frac{54}{3}$$

$$= 18$$