

1. 이차방정식  $x^2 - 4x + 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $\alpha + \beta = 4$

②  $\alpha\beta = 1$

③  $\alpha^2 + \beta^2 = 18$

④  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

⑤  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 14$

해설

근과 계수와의 관계에서  $\alpha + \beta = 4$ ,  $\alpha\beta = 1$

③  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 = 14$

2. 실수  $a, b$  에 대하여 연산  $\Delta$  를  $a\Delta b = ab - b + 2$  라고 할 때,  $(2x - 1)\Delta(x + 3) = 2$ 를 만족하는 음의 실수  $x$ 의 값은?

①  $-1$

②  $-2$

③  $-3$

④  $-4$

⑤  $-5$

해설

$$(2x - 1)\Delta(x + 3) = (2x - 1)(x + 3) - (x + 3) + 2 = 2$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

따라서 음의 실수  $x$ 는  $-3$ 이다.

3. 이차함수  $y = -2x^2 + 4x$  의 그래프와  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표를  $a$ ,  $y$  축과 교점의  $y$  좌표를  $b$  라 할 때,  $a$  와  $b$  의 값을 구하면?

①  $a : -2$  또는  $0$ ,  $b : 0$

②  $a : -5$  또는  $-1$ ,  $b : -5$

③  $a : 1$  또는  $-3$ ,  $b : \frac{3}{2}$

④  $a : 1$  또는  $5$ ,  $b : 5$

⑤  $a : 0$  또는  $2$ ,  $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

4. 두 수  $a, b(a < b)$ 에 대하여  $(a - b)^2 + 2(a - b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다.  $a + b = 7$ 일 때,  $ab$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a - b = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t + 5)(t - 3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$$a < b \text{이므로 } t = a - b = -5$$

$$a + b = 7 \text{이므로 두 식을 연립하면 } a = 1, b = 6$$

$$\therefore ab = 6$$

5. 이차방정식  $A$  가 중근을 가질 때의  $k$  의 값이 이차방정식  $B$  의 두 근일 때,  $\frac{n}{m}$  의 값을 구하여라.

$$A : x^2 + (k - 2)x + 4 = 0$$

$$B : x^2 + mx + n = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A$  가 중근을 가지려면  $(k - 2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$  이 되어야 한다.

$$k^2 - 4k - 12 = 0$$

$$(k - 6)(k + 2) = 0$$

$$\therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 6$$

$-2, 6$ 이 이차방정식  $B$ 의 두 근이므로

$$4 - 2m + n = 0, 36 + 6m + n = 0$$

두 식을 연립하면  $m = -4, n = -12$ 이다.

$$\therefore \frac{n}{m} = 3$$

6. 이차방정식  $2x^2 + ax + 3b = 0$  의 두 근이 3, -2 일 때, 이차방정식  $bx^2 + 5x + a = 0$  의 두 근의 곱은?  
(단,  $a, b$  는 상수)

①  $-\frac{1}{2}$

② -1

③ 0

④  $\frac{1}{2}$

⑤ 1

### 해설

이차방정식  $2x^2 + ax + 3b = 0$  에서

두 근의 합은  $-\frac{a}{2}$ , 두 근의 곱은  $\frac{3b}{2}$

$$3 + (-2) = -\frac{a}{2}, \quad 3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$$

$$\therefore a = -2, \quad b = -4$$

이차방정식  $-4x^2 + 5x - 2 = 0$  에서

두 근의 곱은  $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$  이다.

7. 한 근이  $3 + \sqrt{6}$  인 이차방정식  $ax^2 - 2x + b = 0$  이 있을 때,  $\frac{b}{a}$  의 값은? (단,  $a, b$  는 유리수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$  의 계수가 모두 유리수이므로  
 $3 + \sqrt{6}$  가 근이면  $3 - \sqrt{6}$  도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

8. 다음 이차방정식의 근이  $-1, 2$  일 때,  $a + b^2$  의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } 1 = \frac{1}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -1 \times 2 = -2 = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a + b^2 = 5$$

9. 이차방정식  $x^2 - 6x - 4 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$  을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단,  $x^2$  의 계수는 4이다.)

①  $6x^2 + 4x - 1 = 0$

②  $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③  $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④  $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤  $4x^2 + 6x - 1 = 0$

### 해설

이차방정식  $x^2 - 6x - 4 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  일때,  $\alpha + \beta = 6$ ,  
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면  $4x^2 + 6x - 1 = 0$

10. 어떤 양수를 제공해야 할 것을 잘못하여 7배 하였더니 제공한 것보다 18이 작아졌다고 한다. 원래의 수는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

원래의 수를  $x$ 라 하면  $x^2 - 18 = 7x$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$(x - 9)(x + 2) = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore x = 9 (x > 0)$$

11. 형의 나이는 동생의 나이보다 4 살 많고, 동생의 나이의 제곱은 형의 나이의 5 배보다 4 살이 많을 때, 동생의 나이는?

① 7살

② 8살

③ 9살

④ 10살

⑤ 11살

해설

형의 나이를  $x + 4$ , 동생의 나이를  $x$  살이라 하면

$$5(x + 4) + 4 = x^2$$

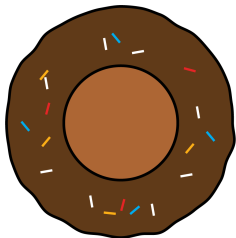
$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x - 8)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 동생의 나이는 8살이다.

12. 다음 그림과 같이 원 모양의 빵의 둘레에 폭이 20 cm 인 크림을 바르려고 한다. 크림의 넓이가 빵과 크림의 넓이의 합의  $\frac{3}{4}$  이라고 할 때, 빵의 반지름은?



① 17

② 19

③ 20

④ 22

⑤ 23

### 해설

빵의 반지름을  $x$  cm 라 하면

$$\pi(x+20)^2 - \pi x^2 = \frac{3}{4}\pi(x+20)^2$$

$$\frac{1}{4}\pi(x+20)^2 = \pi x^2$$

$$(x+20)^2 = 4x^2$$

$$3x^2 - 40x - 400 = 0$$

$$(x-20)(3x+20) = 0$$

$$\therefore x = 20 (\because x > 0)$$

13. 다음은 이차함수  $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$  의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는  $(0, -2)$  이다.
- ㉢  $y = \frac{1}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉣  $y = x^2$  의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉤ 축의 방정식은  $x = -2$  이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$  의 그래프는  $y = \frac{1}{3}x^2$  그래프를  $y$  축으로  $-2$  만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는  $(0, -2)$  이고  $\frac{1}{3} < 1$  이므로  $y = x^2$  그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은  $x = 0$  이고  $\frac{1}{3} > 0$  이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

14. 다음 중 이차함수  $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$  의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점  $(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은  $x = 1$  이다.

③ 점  $(2, 3)$ 을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 것이다.

#### 해설

이차함수  $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$  의 그래프는  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은  $(-1, 0)$ , 축의 방정식은  $x = -1$  이다. 점  $(2, 6)$ 을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

15. 이차함수  $y = -3(x-1)^2 + 2$  의 그래프를  $y$  축에 대하여 대칭이동하면 점  $(-1, k)$  를 지난다. 이 때,  $k$  의 값을 구하면?

①  $-3$

②  $-2$

③  $-1$

④  $1$

⑤  $2$

해설

$$y = -3(-x-1)^2 + 2$$

$$y = -3(x+1)^2 + 2$$

점  $(-1, k)$  를 대입하면

$$-3(-1+1)^2 + 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$

16. 아래 이차함수 식 가운데  $x$  축과 교점이 한 개인 것은?

①  $y = x^2 - x + 3$

②  $y = x^2 + x - 2$

③  $y = x^2 + 1$

④  $y = x^2 - 3x + 4$

⑤  $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  와  $x$  축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$  : 2 개

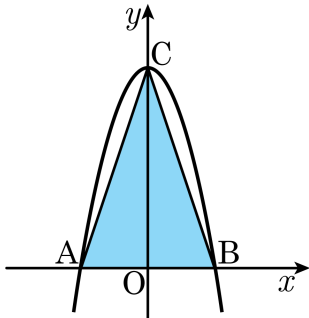
$b^2 - 4ac = 0$  : 1 개

$b^2 - 4ac < 0$  : 0 개

⑤  $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서  $x$  축과 한 점에서 만난다.

17.  $y = -x^2 + 9$  의 그래프와  $x$  축과의 교점을 A, B 라고 하고,  $y$  축과의 교점을 C 라고 할 때,  $\triangle ABC$  의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 9 , 점 A 와 B  
는  $y = 0$  일 때,  $x$  좌표이므로

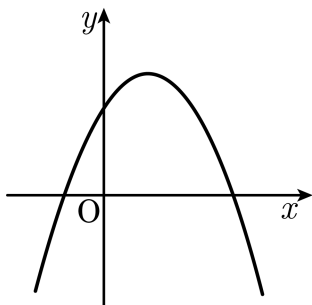
$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = -3, B = 3$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

18. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 그림과 같을 때, 직선  $ax + by + c = 0$  의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3, 4 사분면

③ 제 1, 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

### 해설

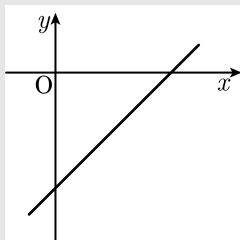
그래프에서 위로 볼록이므로  $a < 0$ ,

축  $x = -\frac{b}{2a} > 0$  이므로  $b > 0$ ,  $y$  절편  $c > 0$  이다.

$$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

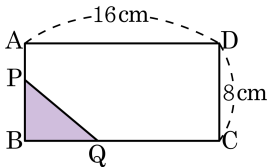
기울기  $-\frac{a}{b} > 0$ ,  $y$  절편  $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



$\therefore$  제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

19. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는  $\overline{AB}$  위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는  $\overline{BC}$  위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초후에  $\triangle PBQ$  의 넓이가  $15 \text{ cm}^2$  가 되는지 모두 구하여라.



▶ 답 : 초

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3초

▷ 정답 : 5초

### 해설

$x$  초 후,  $\overline{BP}$ ,  $\overline{BQ}$  의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\triangle PBQ = 2x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x - 3)(x - 5) = 0$$

따라서  $x = 3$  또는  $x = 5$  이다.

20. 이차함수  $y = x^2 - ax + b$  의 꼭짓점이  $x$  축 위에 있을 때,  $\frac{a^2}{b}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b ,$$

꼭짓점  $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$  가  $x$  축 위에 있으므로  $-\frac{a^2}{4} + b = 0$  ,

$$b = \frac{a^2}{4} ,$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

21. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프는  $x = 1$  인 직선에 대해 대칭이고  $x$  절편은 3 이다.  $a + b = -2$  를 만족할 때,  $2a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$  의 그래프가  $x = 1$

인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의  $x$  좌표가 1 이므로  $-\frac{b}{2a} = 1$ ,

$$b = -2a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = -2 \cdots \textcircled{㉡}$$

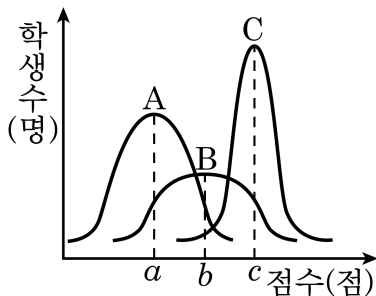
㉠, ㉡에 의하여  $a = 2$ ,  $b = -4$

또한  $x$  절편이 3 이므로  $9a + 3b + c = 0$

$$\therefore c = -6$$

따라서  $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$  이다.

22. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

#### 해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

23. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

#### 해설

40명의 몸무게의 총합 :  $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 :  $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 :  $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$  (전학생 2명의 몸무게의 평균)  $= \frac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

24. 세 수  $a, b, c$  의 평균이 7, 분산이 4 일 때,  $ab, bc, ca$  의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수  $a, b, c$  의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수  $a, b, c$  의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3}$$

$$= 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$  이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

따라서  $ab, bc, ca$  의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47 \text{ 이다.}$$

25. 세 수  $x, y, z$  의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때,  $3x, 3y, 3z$  의 분산은?

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

세 수  $x, y, z$  의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또한,  $x, y, z$  의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에  $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$$

한편,  $3x, 3y, 3z$  의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3} = \frac{3(x+y+z)}{3} = \frac{3 \times 12}{3} = 12$$

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(3x-12)^2 + (3y-12)^2 + (3z-12)^2}{3} \\ &= \frac{9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 72(x+y+z) + 144 \times 3}{3} \\ &= \frac{9 \times 54 - 72 \times 12 + 432}{3} = \frac{54}{3} \\ &= 18 \end{aligned}$$