

1. n 각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 일 때, 대각선의 총수가 35개인 다각형은?

① 팔각형

② 구각형

③ 십각형

④ 십일각형

⑤ 십이각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 (\because n > 0)$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2 - x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $a = -5$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

$5x^2 - x + b = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $b = -18$

$\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

4. 두 이차방정식 $2x^2 + mx - 3 = 0$, $x^2 + x + n = 0$ 의 공통인 해가 $x = -3$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① -11

② -1

③ 1

④ 8

⑤ 11

해설

$x = -3$ 이므로 -3 은 두 방정식의 공통인 해이다.

$x = -3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$18 - 3m - 3 = 0$ 이므로 $m = 5$

$9 - 3 + n = 0$ 이므로 $n = -6$

$\therefore m + n = -1$

5. 이차방정식 $3(x+a)^2 = b$ 의 해가 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -2, b = 9$

② $a = -2, b = -9$

③ $a = 2, b = -9$

④ $a = 2, b = 9$

⑤ $a = -2, b = 6$

해설

$$x = 2 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로 } (x-2) = \pm \sqrt{3}$$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$3(x-2)^2 = 9$$

$$\therefore a = -2, b = 9$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= 2^2 + (-2) \times \frac{1}{2} = 3$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

7. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 $-2, 4$ 였고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 $-5, 3$ 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -4$

▷ 정답: $x = 2$

해설

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15 = 0$$

상수항은 -8 , 일차항의 계수는 2 이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

8. 연속하는 세 양의 정수에서 가장 큰 수의 제곱은 작은 두 수의 곱의 2배보다 20이 작다고 한다. 연속하는 세 양의 정수 중 가장 큰 수는?

① 3

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

연속하는 세 양의 정수를 각각 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = 2x(x-1) - 20$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

x 는 양의 정수이므로 $x = 7$ 이다.

따라서 구하는 가장 큰 수는 8이다.

9. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-10 - \sqrt{6}$

② $-10 + \sqrt{6}$

③ $-5 + 5\sqrt{6}$

④ $-5 - 5\sqrt{6}$

⑤ $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5 - x)$ cm라 하면

$$x^2 : (5 - x)^2 = 2 : 3$$

$$3x^2 = 2(5 - x)^2$$

$$x^2 + 20x - 50 = 0$$

$$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$$

$$0 < x < 5 \text{ 이므로 } x = -10 + 5\sqrt{6}$$

10. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(-1, -2)$ 를 지난다. 이 때, q 의 값은?

① 5

② -5

③ 6

④ -6

⑤ 7

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = -2(x + 3)^2 + q$ 이다. 점 $(-1, -2)$ 를 지나므로 대입하면 $-2 = -2(-1 + 3)^2 + q$, $-2 = -8 + q$ 이다.

$\therefore q = 6$ 이다.

11. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x + 3)^2$

② $y = -2(x - 3)^2$

③ $y = 2(x - 3)^2$

④ $y = 2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(3x - 1)^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x - 3)^2$ 이다.

따라서 $y = -2(x - 3)^2$ 이다.

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $y = 6x - 14$

② $y = 2x + 4$

③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 2$

⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 $(2, 6)$,

$x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로

y 축과의 교점은 $(0, 4)$

두 점 $(2, 6)$, $(0, 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{6-4}{2-0} = 1,$$

y 절편은 4

따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

13. 다음 함수의 그래프 중에서 제1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = -2x^2 + 2$

③ $y = -(x - 1)^2$

④ $y = (x - 2)^2 + 1$

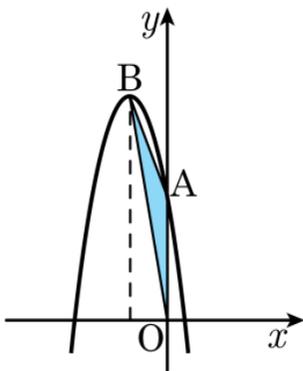
⑤ $y = -(x + 4)^2 - 2$

해설

⑤ $y = -(x + 4)^2 - 2$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

꼭짓점의 좌표 $(-4, -2)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -18)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

14. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$y = -(x + 3)^2 + 17 \text{ 이므로 } B(-3, 17)$$

$$A(0, 8) \text{ 이므로 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

15. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답:

▷ 정답: 68

해설

최빈값이 38이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.

$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30이므로 $y = 30$ 이다.

따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $30 + 38 = 68$ 이다.

16. 철수의 4회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84점이 되겠는가?

① 90 점

② 92 점

③ 94 점

④ 96 점

⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{80 + 82 + 86 + 76 + x}{5} = 84$$

$$\frac{324 + x}{5} = 84$$

$$324 + x = 420$$

$$\therefore x = 96(\text{점})$$

17. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1

② 4.3

③ 4.5

④ 4.7

⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

18. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2 + 3m - 4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 29$

해설

한 근이 2이므로 $x = 2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2 + 3m - 4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m = 1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \quad (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m = -6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \quad (\text{두 근이 모두 양수이므로 적합})$$

따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a + b = 15 + 2 = 29$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

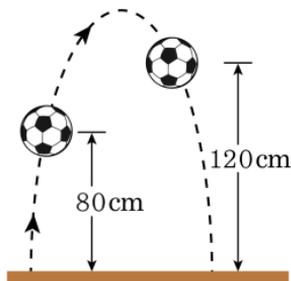
따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

20. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 120 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m 인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

21. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

22. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 3 = 0$ 의 두 근이다. $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 이라고 할 때, $S_6 + S_7 + S_8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 616

해설

α, β 는 $x^2 + x - 3 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 3 = 0, \alpha^2 + \alpha = 3$$

$$\beta^2 + \beta - 3 = 0, \beta^2 + \beta = 3$$

$$S_6 + S_7 + S_8$$

$$= \alpha^6 + \beta^6 + \alpha^7 + \beta^7 + \alpha^8 + \beta^8$$

$$= \alpha^6 (1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^6 (1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^6 (1 + 3) + \beta^6 (1 + 3)$$

$$= 4 (\alpha^6 + \beta^6)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -3 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-3) = 7$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 7^2 - 2 \times (-3)^2$$

$$= 49 - 18 = 31$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^4 + \beta^4) = \alpha^6 + \beta^6 + \alpha^2 + \beta^2(\alpha^2 + \beta^2) \text{ 이므로}$$

$$7 \times 31 = \alpha^6 + \beta^6 = 154$$

$$S_6 + S_7 + S_8 = 4 \times 154 = 616$$

23. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

24. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $(2x - 1)(3x + 2) = -4x(x - 1) - 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{5}$

② $3(x + 2)(x - 4) = 4x(x - 5) \rightarrow x = 2$ 또는 $x = 12$

③ $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 = (x - 3)^2 \rightarrow x = 2$ (중근)

④ $\frac{1}{2}(x - 1) = 2x - \frac{x^2 - 1}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 5$

⑤ $\frac{3}{5}(x - 2)(x + 1) = \frac{2}{5}x^2 - 0.3x - 1.1 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

해설

① $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(2x - 1)(5x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

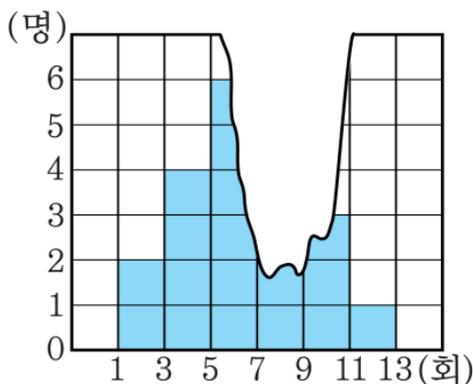
③ $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

따라서 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

25. 다음 그림은 어느 학급 학생 20 명의 턱걸이 횟수를 조사하여 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7.4

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 20명이므로

$$20 - (2 + 4 + 6 + 3 + 1) = 4 \quad \therefore x = 4$$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 4 + 10 \times 3 + 12 \times 1}{20}$$

$$= \frac{4 + 16 + 36 + 32 + 30 + 12}{20} = 6.5(\text{회}) \text{ 이므로 반올림하면}$$

7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20} \left\{ (2-7)^2 \times 2 + (4-7)^2 \times 4 + (6-7)^2 \times 6 \right.$$

$$\left. + (8-7)^2 \times 4 + (10-7)^2 \times 3 + (12-7)^2 \times 1 \right\}$$

$$= \frac{1}{20} (50 + 36 + 6 + 4 + 27 + 25) = 7.4$$

이다.