

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

① $b^2 - 4ac = 0$

② $c = a^2$

③ $x = \frac{b}{2a}$

④ $b^2 - 4ac < 0$

⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

2. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 중근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉣ $k < 2$ 이면 근이 없다.

① ㉢, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉣

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (중근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉣ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$

$k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.

\therefore 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

3. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프 위에 있는 점은?

① $(1, \frac{3}{4})$

② $(-2, 3)$

③ $(2, -3)$

④ $(3, \frac{27}{4})$

⑤ $(-4, 12)$

해설

① $x = 1$ 일 때, $y = -\frac{3}{4}$ 이다.

② $x = -2$ 일 때, $y = -3$ 이다.

④ $x = 3$ 일 때, $y = -\frac{27}{4}$ 이다.

⑤ $x = -4$ 일 때, $y = -12$ 이다.

4. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

5. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -1)$

② $(0, 1)$

③ $(0, -2)$

④ $(0, 2)$

⑤ $(0, 3)$

해설

y 축과의 교점 ($x = 0$ 을 대입) 은

$$y = 2 \times (0 - 1)^2 = 2$$

$\therefore y$ 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 1, b = 44$

② $a = 1, b = -44$

③ $a = -1, b = -44$

④ $a = -44, b = 1$

⑤ $a = -44, b = -1$

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0 \therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = 0, (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0$$

$$\therefore b = -44$$

7. 이차방정식 $x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a - \frac{1}{a} = p - 2$ 가 성립하도록 p 의 값을 구하면? (단 $a \neq 0$)

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$x = a$ 를 이차방정식에 대입하면 $a^2 + pa + 1 = 0$
양변을 a 로 나누면

$$a + p + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = -p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a - \frac{1}{a} = p - 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 하면 $2a = -2$, $a = -1$

$a = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $-1 + (-1) = -p$

$$\therefore p = 2$$

8. x 에 관한 이차방정식 $mx^2 + mx + m + n = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $x = 0$

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$m - m + m + n = 0$$

$$n + m = 0 \quad \therefore n = -m$$

$$mx^2 + mx = 0$$

$$m(x^2 + x) = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -1$$

9. 두 이차방정식 $5x^2 - 8x + a = 0$, $x^2 - bx + 9 = 0$ 의 공통인 근이 1일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$5 \times 1^2 - 8 \times 1 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$1^2 - b + 9 = 0 \quad \therefore b = 10$$

$$\therefore a + b = 3 + 10 = 13$$

10. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\alpha - \beta = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \sqrt{2}$$

11. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

② 아래로 볼록한 그래프이다.

③ $y = -3x^2$ 보다 폭이 넓다.

④ y 축을 축으로 한다.

⑤ $y = -3x^2$ 과 x 축 대칭이다.

해설

③ 3 과 -3 은 절댓값의 크기가 같으므로 폭이 같다.

13. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p > 0$, $q < 0$, $a > 0$, $c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ 제1 사분면

㉡ 제2 사분면

㉢ 제3 사분면

㉣ 제4 사분면

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

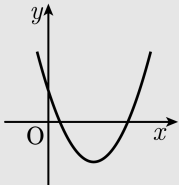
③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

꼭짓점은 제4 사분면에 있고, y 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.



따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

15. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면

$$(A + 4)A = 12$$

$$A^2 + 4A - 12 = 0$$

$$(A - 2)(A + 6) = 0$$

$$\therefore A = 2 \text{ 또는 } A = -6$$

따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$m + n = 2, mn = -2$$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 8$$

$$\begin{aligned} m^3 + n^3 &= (m + n)(m^2 + n^2) - mn(m + n) \\ &= 2 \times 8 - (-2 \times 2) = 20 \end{aligned}$$

17. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{16}$

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

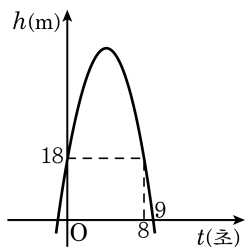
해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1\end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

20. 다음은 지면으로부터 18m 의 높이에서 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이 h m 를 그래프로 나타낸 것이다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.



▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 4초

▷ 정답: 50m

해설

이차함수의 식을 $h = at^2 + bt + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 18)$, $(8, 18)$, $(9, 0)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$18 = c$, $18 = 64a + 8b + c$, $0 = 81a + 9b + c$ 이므로 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 16$, $c = 18$ 이다.

즉, $h = -2t^2 + 16t + 18 = -2(t - 4)^2 + 50$

따라서 $t = 4$ 일 때, h 는 최댓값 50 을 갖는다.

21. 두 식 $A = x^2 - 2x - 12$, $B = x^2 - 3x - 16$ 에 대하여 $2A = 3B$ 를 만족시키는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A = x^2 - 2x - 12$, $B = x^2 - 3x - 16$ 에 대하여 $2A = 3B$ 이므로

$$2(x^2 - 2x - 12) = 3(x^2 - 3x - 16)$$

$$2x^2 - 4x - 24 = 3x^2 - 9x - 48$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x + 3)(x - 8) = 0$$

$2A = 3B$ 를 만족하는 해는 $x = 8$ 또는 $x = -3$ 이다.

따라서 자연수 x 는 8 이다.

22. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x + y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x + y)^2 + 3x + y &= (x + y)^2 + 3(x + y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

$$2y = (x + y)^2 + 3(x + y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 2x = 20$ 이다.

23. 직선 $x = 1 - y$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = px^2$, $y = qx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 의 비례식이 성립되기 위한 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.(단, $q > p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 이고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

비례식 $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$ 이 성립한다.

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 B 의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, C $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$

$y = px^2$ 가 B $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 를 지나므로 $p = 2$

$y = qx^2$ 가 C $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$ 를 지나므로 $q = 30$

$$\therefore pq = 60$$

24. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a+b+p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

① 12

② 0

③ -18

④ 42

⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

25. 이차함수 $y = x^2 - 6mx - 9m + 6$ 의 최솟값을 $f(m)$ 이라고 할 때, $f(m)$ 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{21}{4}$

② $\frac{13}{2}$

③ $\frac{33}{4}$

④ $\frac{31}{2}$

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 6mx - 9m + 6 \\&= (x^2 - 6mx + 9m^2) + (-9m^2 - 9m + 6) \\&= (x - 3m)^2 + (-9m^2 - 9m + 6)\end{aligned}$$

$$f(m) = -9m^2 - 9m + 6 = -9\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{33}{4}$$

$\therefore f(m)$ 의 최댓값은 $\frac{33}{4}$ 이다.