

1. 함수  $f : R \rightarrow R$  에서  $f(x) = x^2 + x + 1$  이다.  $f(a) = 3$  일 때,  $a$  의 값은? (단,  $a > 0$  )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a + 2)(a - 1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 27)$  을 지날 때,  $a$  의 값은?

①  $-2$

②  $2$

③  $3$

④  $-3$

⑤  $9$

해설

$y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 27)$  을 지나므로  
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

3. 다음 이차함수의 그래프 중에서  $x$  축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠  $y = -2x^2$

㉡  $y = -\frac{1}{3}x^2$

㉢  $y = -\frac{1}{6}x^2$

㉤  $y = -3x^2$

㉥  $y = \frac{1}{6}x^2$

㉦  $y = 2x^2$

① ㉠, ㉦

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉥

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉤, ㉦

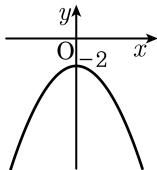
해설

$x$ 축에 대칭인 함수는  $x^2$ 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

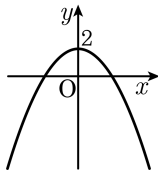
따라서 ㉠, ㉦ 또는 ㉢, ㉥이다.

4. 다음 중  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2$  의 그래프는?

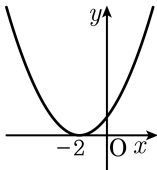
①



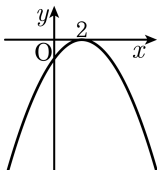
②



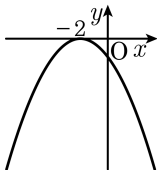
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 (0, 2) 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

5. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 5 만큼,  $y$  축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점  $(6, k)$  을 지난다고 할 때,  $k$  의 값은?

① 1

② -1

③ 3

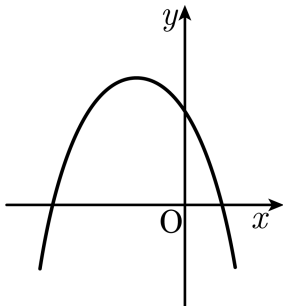
④ -3

⑤ 5

해설

$y = ax^2$  의 그래프를  $y$  축으로  $q$  만큼,  $x$  축으로  $p$  만큼 평행이동하면  $y = a(x - p)^2 + q$  이므로 함수의 식은  $y = 3(x - 5)^2 - 6$  이다. 점  $(6, k)$  를 지나므로 대입하면  $k = 3(6 - 5)^2 - 6$  이므로  $k = -3$  이다.

6. 이차함수  $y = a(x - p)^2 + q$  의 그래프가 다음과 같을 때,  $a, p, q$  의 부호는?



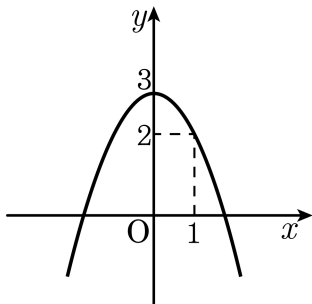
- ①  $a > 0, p > 0, q > 0$                       ②  $a < 0, p < 0, q < 0$   
③  $a > 0, p < 0, q < 0$                       ④  $a < 0, p < 0, q > 0$   
⑤  $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로

$a < 0, p < 0, q > 0$  이다.

7. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



①  $y = 3x^2 + 1$

②  $y = 3x^2 + 2$

③  $y = -3x^2 + 3$

④  $y = -x^2 + 3$

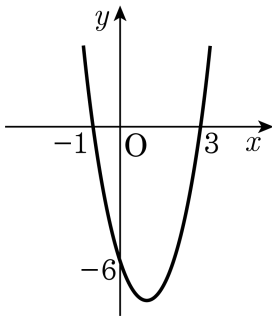
⑤  $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은  $(0, 3)$  이므로  $y = ax^2 + 3$  이고  
 $(1, 2)$ 를 지나므로  $2 = a + 3$ ,  $a = -1$  이다.

따라서 그래프의 식은  $y = -x^2 + 3$  이다.

8. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



①  $y = x^2 + 2x - 6$

②  $y = 2x^2 + 4x - 6$

③  $y = x^2 - 2x - 6$

④  $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤  $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서  $x$  절편이  $-1, 3$  이므로  
구하는 식은  $y = a(x+1)(x-3)$

$(0, -6)$  을 지나므로  $-6 = -3a$

$$\therefore a = 2$$

$$y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$$

9. 다음 중  $y$  가  $x$  에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 지름의 길이가  $x$  인 원의 넓이  $y$
- ② 한 변의 길이가  $x$  인 정사각형의 넓이  $y$
- ③ 윗변의 길이가  $2x$ , 아랫변의 길이가  $3x$ , 높이가 3 인 사다리꼴의 넓이  $y$
- ④ 밑변의 반지름의 길이가  $x$ , 높이가 10 인 원뿔의 부피  $y$
- ⑤ 시속  $x$ km 로 3시간 동안 달린 거리  $y$

해설

①  $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \pi$  이므로 이차함수이다.

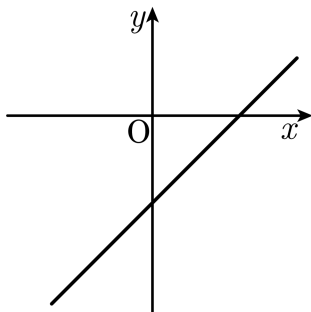
②  $y = x^2$  이므로 이차함수이다.

③  $y = \frac{3}{2}(2x + 3x)$  이므로 이차함수가 아니다.

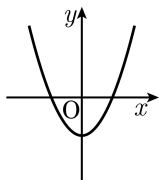
④  $y = \frac{10}{3}x^2\pi$  이므로 이차함수이다.

⑤  $y = 3x$  이므로 이차함수가 아니다.

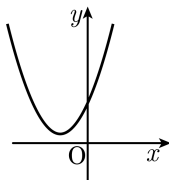
10. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수  $y = bx^2 + a$  의 그래프는?



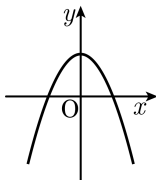
①



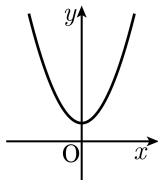
②



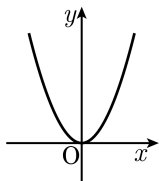
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$  그래프에서  $a > 0$ ,  $b < 0$  이므로 이차함수  $y = bx^2 + a$  는 위로 볼록하고  $y$  절편이 양수이다.

11. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$  의 그래프에서  $x$  값이 증가함에 따라  $y$  값도 증가하는  $x$ 의 값의 범위는?

①  $x > 0$

②  $x < 2$

③  $x > 2$

④  $x > -2$

⑤  $x < -2$

해설

꼭짓점이  $(-2, 0)$  이고 위로 볼록한 그래프이다.  $x < -2$  일 때,  $x$ 가 증가하면  $y$ 도 증가한다.

12.  $y = 2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시  $x$  축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

①  $y = -2(x + 3)^2$

②  $y = -2(x - 3)^2$

③  $y = 2(x - 3)^2$

④  $y = 2(x + 3)^2$

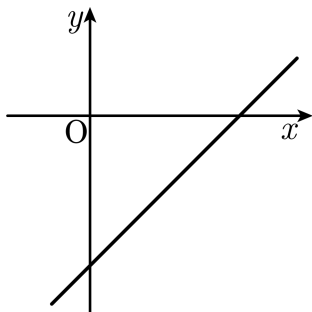
⑤  $y = -2(3x - 1)^2$

해설

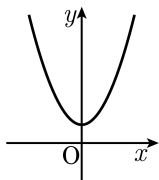
$y = 2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면  $y = 2(x - 3)^2$  이고, 이를  $x$  축에 대하여 대칭이동하면  $-y = 2(x - 3)^2$  이다.

따라서  $y = -2(x - 3)^2$  이다.

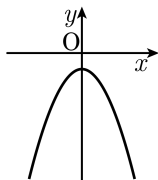
13. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수  $y = ax^2 + b$  의 그래프의 개형은?



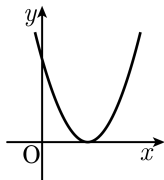
①



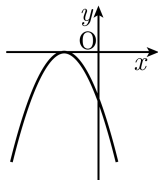
②



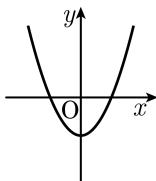
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$  의 그래프에서  
 $a > 0, b < 0$  이다.

14. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 3$  과  $y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\&= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\&= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\&= 2(x - 1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표 : (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 \\&= x^2 - 2x + 2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

15. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중  $y = -2x^2$  의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $y = -2x^2 + 2$

㉡  $y = 2x^2 - 3$

㉢  $y = -2(x+1)^2$

㉤  $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x-1)(x+1)$

㉥  $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$  의 그래프에서  $a$  의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서  $a = -2$  인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

16. 이차함수  $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이  $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고  $x > a$ 이면  $y$ 의 값이 증가하고,  $x < a$ 이면  $y$ 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단,  $a < 0$ )

①  $(-1, -1)$

②  $(-1, -2)$

③  $(1, 1)$

④  $(1, 2)$

⑤  $(1, 3)$

### 해설

축의 방정식이  $x = a$  이므로 꼭짓점의  $x$  좌표가  $a$  이다.

따라서  $(a, a-1)$  을 지나므로  $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$  이고  $4a^2 + a - 1 = 2$  이다.

따라서  $(4a-3)(a+1) = 0$  이므로  $a = -1(a < 0)$  이므로 꼭짓점은  $(-1, -2)$  이다.

17. 이차함수의 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

①  $y = 4x^2 - 4x + 1$

②  $y = x^2 - 3x + 2$

③  $y = 2x^2 + 3x + 4$

④  $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

②  $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤  $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

18. 이차함수  $y = -x^2 + 6x - 8$  의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선  $x = -3$  을 축으로 한다.
- ② 모든  $x$ 의 값에 대하여  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 1$  이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는  $(-3, 1)$  이다.
- ④  $x > 3$  일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 감소한다.
- ⑤  $y = -x^2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식  $x = 3$
- ②  $y \leq 1$
- ③ 꼭짓점  $(3, 1)$
- ⑤  $x$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동

19. 축이  $x = 2$  이고, 두 점  $(0, 3)$ ,  $(1, 6)$  를 지나는 이차함수의 식은?

①  $y = x^2 - 4x - 2$

②  $y = x^2 + 4x + 2$

③  $y = -x^2 + 4x - 3$

④  $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤  $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이  $x = 2$  이므로  $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점  $(0, 3)$ ,  $(1, 6)$  을 지나므로

$$3 = 4a + q, \quad 6 = a + q$$

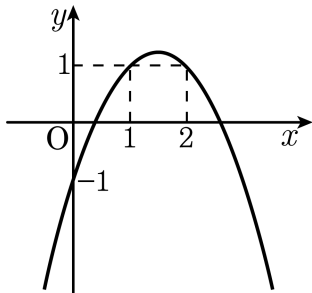
$$\therefore a = -1, \quad q = 7$$

$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$$

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

20. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a + 3b + c$  의 값은?



① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

세 점  $(0, -1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$  을 지나는 그래프이다.

점  $(0, -1)$  을 지나므로  $-1 = c$

점  $(1, 1)$  을 지나므로  $1 = a + b + c$

점  $(2, 1)$  을 지나므로  $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면  $a = -1$ ,  $b = 3$ ,  $c = -1$  이므로

$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$  이다.

21. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$  의 그래프와 모양이 같고  $x = -2$  일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때  $a + b + c$  의 값은?

①  $-\frac{5}{2}$

②  $-\frac{3}{2}$

③  $-\frac{1}{2}$

④  $\frac{3}{2}$

⑤  $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로  $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는  $(-2, 3)$ ,

$$\text{따라서 } y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$$

22. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $ab$  의 값을 구하면?

① 16

② 20

③ 36

④ 55

⑤ 64

### 해설

부채꼴의 반지름을  $a$ , 넓이를  $b$  라 하면

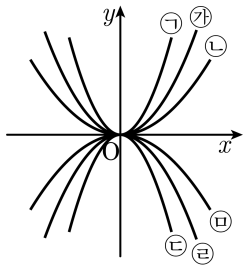
$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

꼭짓점은  $(4, 16)$  이므로 반지름  $a = 4$  일 때, 부채꼴의 넓이  $b = 16$  으로 최대가 된다.

따라서  $ab = 64$  이다.

23. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며,  $x$  축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉠은  $y = x^2$  의 그래프이다.  $-1 < a < 0$  일 때,  $y = ax^2$  의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$-1 < a < 0$  이므로 위로 볼록,  $|a| < 1$  이므로 폭은 ㉠  $y = x^2$  보다 넓은 포물선이다.  
따라서 ㉢이다.

24. 이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(2, 0)$  이 되도록 평행 이동하면 점  $(k, 6)$  을 지난다. 이 때, 상수  $k$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

#### 해설

이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(2, 0)$  이 되도록 평행이동하면  $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$  이다. 점  $(k, 6)$  을 지나므로 대입하면  $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$ ,  $9 = (k-2)^2$ ,  $k-2 = \pm 3$  따라서  $k = 5, -1$  이다.

25. 이차함수  $y = x^2 + ax - b$  의 꼭짓점이  $x$  축 위에 있을 때,  $\frac{b}{a^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점  $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$  가  $x$  축 위에 있으므로  $-\frac{a^2}{4} - b = 0$ ,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

26. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프는  $x = 1$  인 직선에 대해 대칭이고  $x$  절편은 3 이다.  $a + b = -2$  를 만족할 때,  $2a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$  의 그래프가  $x = 1$

인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의  $x$  좌표가 1 이므로  $-\frac{b}{2a} = 1$ ,

$$b = -2a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = -2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에 의하여  $a = 2$ ,  $b = -4$

또한  $x$  절편이 3 이므로  $9a + 3b + c = 0$

$$\therefore c = -6$$

따라서  $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$  이다.

27. 이차함수  $y = x^2 - 4x + 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하였더니 점  $(3, -4)$ ,  $(0, 11)$  을 지났다.  $p + q$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = x^2 + bx + c$  라고 하자.

$y = x^2 + bx + c$  의 그래프가 점  $(3, -4)$ ,  $(0, 11)$  을 지나므로

$$-4 = 9 + 3b + c, \quad 11 = c$$

$$3b = -24 \quad \therefore b = -8$$

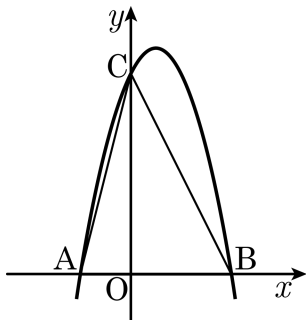
$$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$$

$$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

꼭짓점의 좌표가  $(2, -2)$  에서  $(4, -5)$  로 이동하였으므로  $p = 2$ ,  $q = -3$  이다.

$$\therefore p + q = 2 - 3 = -1$$

28. 이차함수  $y = -x^2 + 2x + 8$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $\triangle ABC$  의 넓이를 구하면?



① 20

② 22

③ 24

④ 26

⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$  의 C 의 좌표 (0, 8)

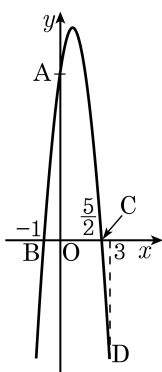
$-x^2 + 2x + 8 = 0$  ,  $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$  또는  $x = -2$

A(-2, 0), B(4, 0) 이므로

$\triangle ABC$  의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

29. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다.  $\triangle ABC$  의 넓이가  $\frac{35}{2}$  일 때,  $\triangle BCD$  의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$A(0, c), B(-1, 0), C\left(\frac{5}{2}, 0\right), D(3, p), \triangle ABC = \frac{1}{2} \times$$

$$\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2}, c = 10$$

$$A(0, 10)$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$$

$$-\frac{5}{2}a = 10, a = -4$$

$$y = -4(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$$

$y = -4x^2 + 6x + 10$  에  $D(3, p)$  를 대입하면

$$p = -36 + 18 + 10 = -8, D(3, -8)$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14 \text{ 이다.}$$

30.  $x + y = 10$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서  $x = 5$  일 때 최솟값은 50 이다.

31. 둘레의 길이가 32 cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로 길이 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

#### 해설

가로의 길이를  $x$  cm, 넓이를  $y$  cm<sup>2</sup> 라 하면,

$$\begin{aligned}y &= x(16 - x) \\&= -x^2 + 16x \\&= -(x^2 - 16x) \\&= -(x - 8)^2 + 64\end{aligned}$$

따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.

32. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후                      ② 7 초 후                      ③ 8 초 후  
④ 10 초 후                    ⑤ 알 수 없다.

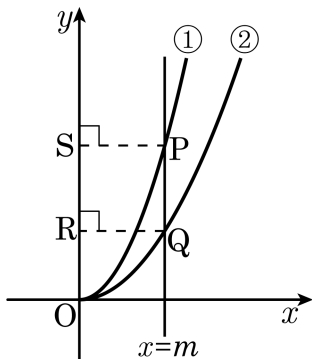
해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

33. 다음 그림은 이차함수  $y = \frac{3}{4}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다.  $y$ 축에 평행한 직선  $x = m (m > 0)$ 이  $\textcircled{1}$ 과 만나는 점을 P,  $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서  $y$ 축에 내린 수선이  $y$ 축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때,  $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는  $m$ 의 값을 구하면?



①  $\frac{3}{4}$

②  $\frac{4}{3}$

③  $\frac{5}{12}$

④  $\frac{12}{5}$

⑤  $\frac{13}{5}$

해설

$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면

$$\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m \text{ 이어야 한다.}$$

$$\text{이것을 풀면 } \frac{5}{12}m^2 = m$$

$$\text{따라서 } m > 0 \text{ 이므로 } m = \frac{12}{5} \text{ 이다.}$$

34.  $x$ 축 위의 두 점  $A(5, 0)$ ,  $B(-3, 0)$ 과 이차함수  $y = a(x+1)^2$ 의 그래프와 직선  $y = -12$ 와의 두 교점  $C$ ,  $D$ 를 연결한 사각형은 평행사변형일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $a < 0$ )

▶ 답 :

▶ 정답 :  $-\frac{3}{4}$

#### 해설

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 8$$

점 C와 D는 직선  $x = -1$ 을 중심으로 좌우대칭이므로  $B(-5, -12)$ ,  $C(3, -12)$

점 C와 점 D는  $y = a(x+1)^2$  위의 점이므로

$$-12 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$

35. 이차함수  $y = x^2 - 5x - 6$  의 그래프는  $x$  축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$  의  $x$  절편은  $y = 0$  대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

36. 세 실수  $x, y, z$  에 대하여  $(x-1) : (y-3) : (z+2) = 2 : 1 : 3$  일 때,  
 $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{2}$

해설

$(x-1) : (y-3) : (z+2) = 2 : 1 : 3$  이므로

$x-1 = 2k$  에서  $x = 2k+1$

$y-3 = k$  에서  $y = k+3$

$z+2 = 3k$  에서  $z = 3k-2$

$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$  에 대입하면

$$(k-2)^2 + (-2k+5)^2 + (k-3)^2$$

$$= 6k^2 - 30k + 38$$

$$= 6 \left( k - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}$$

따라서  $k = \frac{5}{2}$  일 때, 최솟값이  $\frac{1}{2}$  이다.

37. 함수  $y = x^2 - q$ ,  $y = -x^2 + q$  의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 21 일 때,  $q$  의 값을 구하여라. (단,  $q > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

#### 해설

포물선의 축이  $x = 0$  이므로 직사각형은 직선  $x = 0$  에 대하여 대칭이다.

직사각형이  $x$  축과 만나는 점의  $x$  좌표를  $-t, t$  라 하면 가로 길이는  $2t$ ,

$$\text{세로의 길이는 } (-t^2 + q) - (t^2 - q) = -2t^2 + 2q$$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(-2t^2 + 2q + 2t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4q + 1 \text{ 이다.}$$

따라서  $t = \frac{1}{2}$  일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은  $4q + 1 = 21$  이므로  $q = 5$  이다.

38. 이차함수  $y = -x^2 + 2mx + m$  의 최댓값을  $M$  이라 할 때,  $M$  의 최솟값은?

①  $-\frac{1}{2}$

②  $-\frac{1}{4}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤  $\frac{1}{8}$

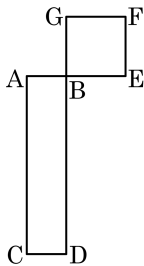
해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x - m)^2 + (m^2 + m)$  에서  
위로 볼록이므로 최댓값은  $m^2 + m$

$$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$\therefore M$  의 최솟값은  $-\frac{1}{4}$

39. 다음 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에  $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E를 잡고 선분 BE를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG를 그릴 때, 선분 GD의 길이는 12이다. 이때  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

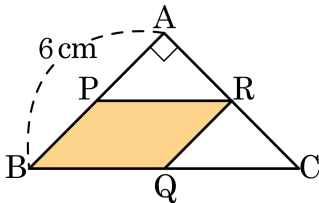
$$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$$

$$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$$

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= \frac{13}{4} \left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13}\end{aligned}$$

따라서  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은  $\frac{576}{13}$ 이다.

40. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형  $ABC$  의  $\overline{AB}$  위에 점  $P$  를 잡고, 점  $P$  에서  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$  와 평행한 직선을 그어  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$  와 만나는 점을 각각  $Q, R$  라 한다.  $\square PBQR$  의 넓이가 최대가 될 때,  $\overline{BP}$  의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

### 해설

$\overline{BP} = x$  라 놓으면

$$\begin{aligned}
 \square PBQR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle RQC) \\
 &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \left\{ \frac{1}{2} \times (6-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\} \\
 &= 18 - (x^2 - 6x + 18) \\
 &= -x^2 + 6x \\
 &= -(x-3)^2 + 9
 \end{aligned}$$

따라서  $\overline{BP} = 3\text{cm}$  일 때,  $\square PBQR$  의 넓이가 최대가 된다.