

1. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?

- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$$

$$\therefore 5 \leq x \leq 10$$

10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.

2. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.

올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면

올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,

판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로

올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$$

작년 판매 금액이 ab 이므로

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$$

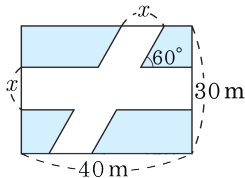
이 부등식을 정리하면

$$9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$$

$$(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$$

$$\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$$

3. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m

② 6m

③ 8m

④ 10m

⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면

$$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$$

$$\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$$

$(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는

$x \geq 60$ ($0 < x < 30$) 이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는

$0 < x \leq 10$ 이므로 10m이다.

4. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 35 cm^2 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm

② 10 cm

③ 12 cm

④ 15 cm

⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.

$$a(12 - a) \geq 35 \text{ 에서 } (a - 5)(a - 7) \leq 0$$

$$\therefore 5 \leq a \leq 7$$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

5. 다음은, 둘레의 길이가 28 cm 이고 넓이가 45 cm^2 이상인 직사각형에서 가로 길이의 범위를 구하는 문제의 풀이 과정이다.

가로의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면, 세로의 길이는 (가) cm 이다.

이때, x 의 값의 범위는 (나)이다.

또 직사각형의 넓이는 (가로)(세로) = x (가)이다.

이것이 45 cm^2 이상이 되어야 하므로 $x \times \text{(가)} \geq \text{(다)}$

이식을 정리하면 (라) ≤ 0

(라)를 인수분해하면 (마)이다.

따라서 가로의 길이를 5 cm 이상, 9 cm 이하로 하면 문제의 뜻에 맞는다.

다

음 중 (가), (나), (다), (라), (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $(14 - x)$

② (나) $0 < x < 14$

③ (다) 45

④ (라) $14x - x^2 - 45$

⑤ (마) $(x - 5)(x - 9)$

해설

(사각형의 둘레의 길이)

$= 2(\text{가로의 길이} + \text{세로의 길이})$

$$28 = 2x + 2 \cdot \text{(가)}, 14 = x + \text{(가)}$$

$$\therefore \text{(가)} = 14 - x$$

가로의 길이의 범위 : $x > 0, 14 - x > 0 \rightarrow x < 14$

$$\therefore 0 < x < 14 \cdots \text{(나)}$$

직사각형의 넓이 : $x(14 - x) \geq 45$

$$\therefore \text{(다)} = 45$$

$$\text{(라)} = x^2 - 14x + 45 \leq 0$$

$$\text{(마)} = (x - 5)(x - 9) \leq 0$$

6. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm 인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48 m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m

② 6 m

③ 7 m

④ 8 m

⑤ 9 m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

둘레의 길이는 28 m 이므로

세로의 길이는 $(14 - x)\text{ m}$ 이다.

양식장의 넓이가 48 m^2 이상이므로

$$x(14 - x) \geq 48, 14x - x^2 - 48 \geq 0$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0, (x - 6)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 6 \leq x \leq 8$$

따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

7. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로 최대 길이는?

① 40 m

② 50 m

③ 90 m

④ 100 m

⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 $x \text{ m}$ 라고 하면

세로의 길이는 $(100 - x) \text{ m}$ 이다.

가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로

$x > 0$, $100 - x > 0$ 에서 $0 < x < 100 \cdots$ (가)

900 m^2 이상이므로

$$x(100 - x) \geq 900$$

$$x^2 - 100x + 900 \leq 0, (x - 10)(x - 90) \leq 0$$

$$\therefore 10 \leq x \leq 90$$

이것은 (가)를 만족하므로

가로의 최대 길이는 90 m 이다.