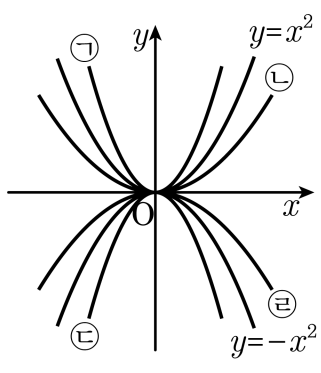
1. 다음 그림에서 $y = -2x^2$ 에 해당하는 그래프는?



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

2. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시키면 점$(-3,\ a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -11 ② -8 ③ -7 ④ 4 ⑤ 7

해설

$y = -x^2 - 2$
$(-3,\ a)$를 지나므로
$a = -9 - 2$
$\therefore a = -11$

3. 이차함수 $y = 2(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ 위로 볼록한 포물선이다.

㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.

㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이다.

㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.

㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$ 이다.
㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

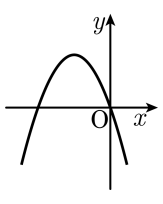
4. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

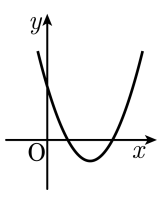
① $y = -x^2$ ② $y = -\frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$
④ $y = \frac{1}{2}x^2$ ⑤ $y = x^2$

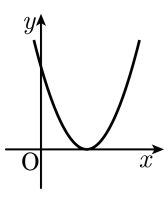
해설

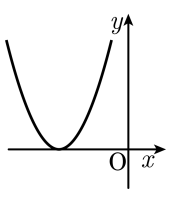
$y = 2x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
$y = -2x^2$ 이다.

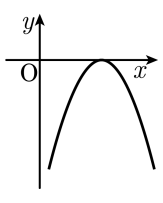
5. $a < 0, p > 0$ 일 때, 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

이차함수의 그래프 $y = a(x-p)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록이다.
또한, 꼭짓점이 $(p,\ 0)$ 이고, $p > 0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위에 있으면 원점을 기준으로 오른쪽에 위치한다.
따라서 답은 ⑤번이다.

6. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 <u>틀린</u> 곳을 찾아라.

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠ \\
&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉡ \\
&= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉢ \\
&= 2(x+1)^2 - 4 \quad \cdots\cdots\cdots ㉣
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

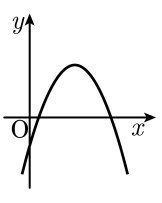
▷ 정답 : ㉢

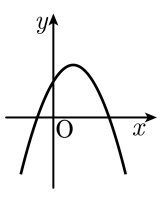
해설

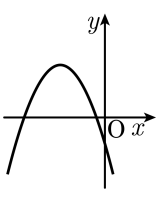
$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠ \\
&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉡ \\
&= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉢ \\
&= 2(x+1)^2 - 3 \quad \cdots\cdots\cdots ㉣
\end{aligned}
$$

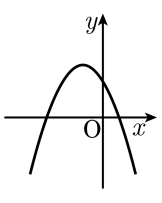
따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

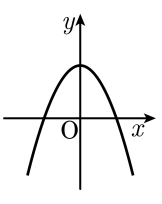
7. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프로 적당한 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

x^2 의 계수가 음수이므로 위로 볼록하고, y 절편은 1 이며, 꼭짓점은 $(-1,\ 3)$ 으로 제 2 사분면 위에 있다.

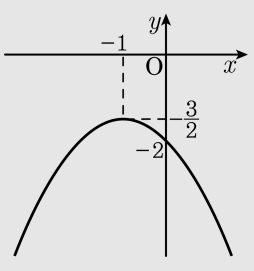
8. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x의 값의 범위는 $x < -1$이다.



9. 세 점 $(-1,3),(0,1),(1,4)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{20}, \frac{39}{40}\right)$ ③ $\left(-\frac{1}{30}, \frac{39}{40}\right)$
④ $\left(-\frac{1}{40}, \frac{39}{40}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{50}, \frac{39}{40}\right)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $(0,1)$ 을 대입하면
$y = ax^2 + bx + 1$
$(-1,3)$ 을 대입하면
$a - b + 1 = 3 \cdots$ ㉠
또, $(1,4)$ 를 대입하면
$a + b + 1 = 4 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{5}{2}$, $b = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x^2 + \frac{1}{5}x\right) + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 - \frac{1}{40} + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{39}{40} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

10. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -2x^2 - 4x + 10$
$= -2(x+1)^2 + 12$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

11. 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 9)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$ ② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$ ④ $y = -2x^2 + 9$

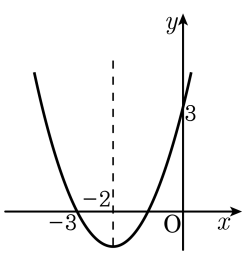
⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이므로
$y = a(x-2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로
$9 = a(0-2)^2 + 1,\ a = 2$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + 1$
$= 2x^2 - 8x + 9$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?

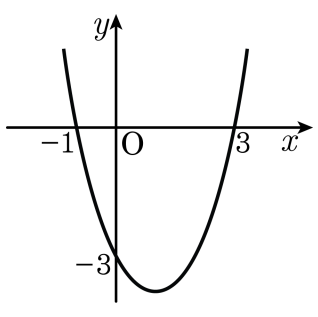


① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x+2)^2 + q$
두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ 3)$ 을 지나므로
$a + q = 0,\ 4a + q = 3$
$a = 1 \cdots$ ㉠
$q = -1 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$y = (x+2)^2 - 1$
$\quad = x^2 + 4x + 3$
$\therefore\ a = 1,\ b = 4,\ c = 3$
$\therefore\ a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

13. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?

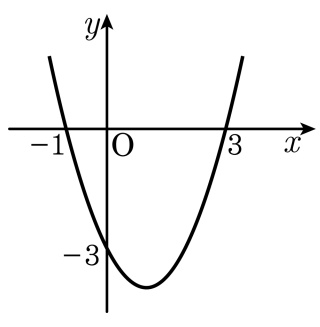


① $y = 3x^2 - 3x - 6$
② $y = -x^2 + 6x - 8$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$
④ $y = x^2 - 2x - 3$
⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x-3)(x+1)$ 이고, $(0, -3)$ 을 지난다.
$-3 = -3a$
$a = 1$
따라서 $y = (x-3)(x+1) = x^2 - 2x - 3$

14. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하면?



① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로 $y = a(x+1)(x-3)$ 이다.

y 절편이 -3 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-3) \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ &= (x-1)^2 - 4 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -4$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + 4x - m$ 의 최솟값이 4 일 때, 상수 m 의 값을 고르면?

① -10 ② -8 ③ -4 ④ 0 ⑤ 2

해설

$y = (x+2)^2 - 4 - m$ 에서 $-4 - m = 4 \quad \therefore m = -8$

16. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$
$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$
따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$,

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2},\ -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$b = \frac{a^2}{4}$,

$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$

18. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$ ㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$ ㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

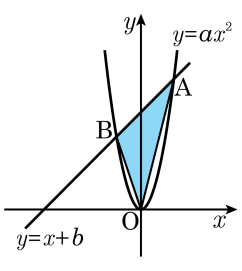
① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡$\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

19. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x+b$ 가 점 A $(2,\ 8)$ 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle$ABO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 $(2,\ 8)$ 을 대입, $8 = 4a,\ a = 2 \quad \therefore\ y = 2x^2$

$y = x + b$ 에 점 $(2,\ 8)$ 을 대입, $8 = 2 + b,\ b = 6 \quad \therefore\ y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$2x^2 = x + 6$

$2x^2 - x - 6 = 0$

$(2x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$또는 $x = 2$

$\therefore$ B $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로

$\triangle$ABO 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3,\ -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1,\ 2)$ 를 대입하면

$2 = 4a - 4$

$\therefore a = \dfrac{3}{2}$

$y = \dfrac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \dfrac{3}{2}x^2 - 9x + \dfrac{19}{2}$

$a = \dfrac{3}{2},\ b = -9,\ c = \dfrac{19}{2}$

$\therefore\ a - b - c = \dfrac{3}{2} - (-9) - \dfrac{19}{2} = 1$