

1. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -4 를 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고 $a < 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = ax^2 - 2ax + b$
 $= a(x-1)^2 - a + b$ 에서 $a < 0$ 이고
꼭짓점의 x 좌표 1이 $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로
 $x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,
 $x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.
즉, $f(1) = -a + b = 5$, $f(-2) = 8a + b = -4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$
 $\therefore a + b = 3$

2. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

3. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 &= 0 \\ (x - y)(x - 2y) &= 0 \\ \Rightarrow (x - y)(x - 2y) &= 0 \\ \Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } x = y \\ x^2 + 2y^2 &= 3x^2 = 12 \\ x = \pm 2 &\Rightarrow y = \pm 2 \\ \text{ii) } x = 2y \\ x^2 + 2y^2 &= 6y^2 = 12 \\ y = \pm \sqrt{2} &\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \\ x + y &= (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}) \end{aligned}$$

5. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례 : $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

6. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

7. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 이 점 $(-3, 4)$ 를 지나고, x 축에 접하도록 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$$

이 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로

$$9 + 16 + 6 - 16a + b = 0$$

$$\therefore 16a - b = 31 \dots\dots\textcircled{\text{A}}$$

$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 은

$$(x-1)^2 + (y-2a)^2 = 4a^2 - b + 1 \text{ 이고}$$

원이 x 축에 접하므로

$$2a = \sqrt{4a^2 - b + 1}, \quad 4a^2 = 4a^2 - b + 1$$

$$\therefore b = 1 \dots\dots\textcircled{\text{B}}$$

$$\textcircled{\text{A}}\text{을 } \textcircled{\text{B}}\text{에 대입하면 } 16a - 1 = 31$$

$$\therefore a = 2 \quad \therefore a + b = 2 + 1 = 3$$

8. $y = x^2 - 2x + 3$ 을 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 에 의하여 옮겨진 도형의 방정식은?

① $y = x^2 + 2x + 4$

② $y = x^2 + 2x + 2$

③ $y = x^2 + 2x + 3$

④ $y = x^2 - 6x + 8$

⑤ $y = x^2 - 6x + 10$

해설

$f : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 에서

$x + 2 = x', y - 1 = y'$ 라 하자.

$x = x' - 2$ $y = y' + 1$ 을 주어진 식에 대입하면,

$$y' + 1 = (x' - 2)^2 - 2(x' - 2) + 3$$

$$y' = x'^2 - 6x' + 10 \text{ 에서 } y = x^2 - 6x + 10$$

9. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

10. 이차방정식 $x^2 + 2(m-1)x - 2m - 6 = 0$ 의 근 중 양근의 절대값이 음근의 절대값보다 클 때 실수 m 의 범위는?

① $m < 1$

② $-3 < m < 1$

③ $m < -3$ 또는 $m > 1$

④ $m > -3$

⑤ $m < -1$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta > 0, \alpha\beta < 0$$

($\therefore$ 양근의 절대값이 음근의 절대값보다 크다.)

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -2(m-1) > 0 & \therefore m < 1 \\ \alpha\beta = -2m - 6 < 0 & \therefore m > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < m < 1$$

11. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, $\alpha\beta \neq 0$)

① $ax^2 + bx + c = 0$

② $cx^2 + bx + a = 0$

③ $cx^2 - bx + a = 0$

④ $\frac{x^2}{a} + \frac{x}{b} + \frac{1}{c} = 0$

⑤ $abx^2 + bcx + ca = 0$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c},$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{a}{c}$$

$$\therefore x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0,$$

$$cx^2 + bx + a = 0$$

12. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$
 $\therefore a + b = 1$

13. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 y 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

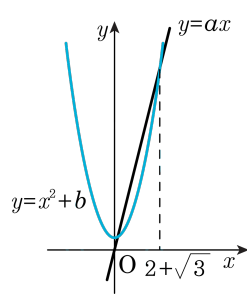
$$\therefore (a-1)\{(a-1)-4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는 a 의 값은 6

14. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$x^2 + b = ax,$$

즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

이때, a, b 는 모두 유리수이므로

방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

15. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면
 $y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \cdots \textcircled{1}$
또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로
 $t \geq 2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 의 범위에서 $\textcircled{1}$ 의 최솟값은
 $t = 2$ 일 때 1이다.

16. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 10

해설

$(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 에서

i) 1이 중근일 경우

$x^2-ax+2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면 성립해야 하므로

$1-a+2a=0$, $a=-1$

ii) 1이 중근이 아닌 경우

$x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D=0$ 에서

$D=a^2-8a=0$, $a(a-8)=0$, $a=0, 8$

$\therefore 0+8-1=7$

17. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta + \gamma &= -\frac{b}{a} = -\frac{(-8)}{1} = 8 \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha &= \frac{c}{a} = \frac{17}{1} = 17 \\ \alpha\beta\gamma &= \frac{d}{a} = -\frac{(-10)}{1} = 10 \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) \\ &= (8)^2 - 2 \cdot (17) = 30 \\ -2\alpha\beta\gamma &= -2 \cdot 10 = -20 \\ \therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta\gamma &= 10\end{aligned}$$

18. α, β 를 방정식 $x^3 = 1$ 의 두 허근이라 할 때, $\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)^{10} + (\beta^2 + 1)^{10}$

의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^3 - 1 = 0, (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \text{의}$$

두 허근이 α, β 라면,

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 허근이 α, β 이다.

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 1$$

$$\alpha^2 + \alpha + 1 = 0, \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha} = 0,$$

$$\frac{1}{\alpha} + 1 = -\alpha$$

$$\beta^2 + \beta + 1 = 0,$$

$$\beta^2 + 1 = -\beta$$

$$\alpha^3 = 1, \beta^3 = 1$$

$$\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)^{10} + (\beta^2 + 1)^{10}$$

$$= (-\alpha)^{10} + (-\beta)^{10}$$

$$= \alpha^{10} + \beta^{10}$$

$$= (\alpha^3)^3 \alpha + (\beta^3)^3 \beta$$

$$= \alpha + \beta = -1$$

19. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

① $x = \sqrt{3}, y = -\sqrt{3}$

② $x = 2, y = 1$

③ $x = -\sqrt{3}, y = \sqrt{3}$

④ $x = -2, y = -1$

⑤ $x = 2, y = -1$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x + y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = -y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = -y$ $2x^2 + y^2 = 2y^2 + y^2 = 9$

$$y = \pm \sqrt{3}, \quad x = \mp \sqrt{3}$$

ii) $x = 2y$ $2x^2 + y^2 = 8y^2 + y^2 = 9$

$$y = \pm 1, \quad x = \pm 2$$

$$\therefore \text{해는 } \begin{cases} x = \pm \sqrt{3} \\ y = \mp \sqrt{3} \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases} \quad (\text{복호동순})$$

20. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

21. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

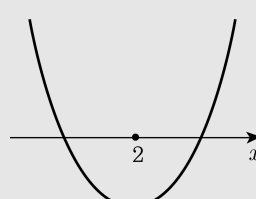
③ $m > -2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다 작은 근을 가지면 $f(2) < 0$
 $f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



22. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

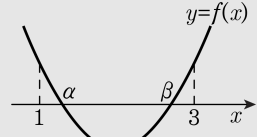
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

23. 중심이 직선 $3x + y = 12$ 의 제 1 사분면 위에 있고, x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 중심이 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
중심의 좌표는 (r, r) 이다.
따라서, 구하는 원의 방정식을
 $(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2 \dots\dots\dots \textcircled{\small{1}}$
한편, 점 (r, r) 는 직선 $3x + y = 12$ 위에 있으므로 $3r + r = 12$
 $\therefore r = 3$
따라서, 구하는 원의 방정식은 $\textcircled{\small{1}}$ 에서 $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

24. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$x^2 + y^2 = 4, \quad y = x + 3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $y = x + 3$ 까지의 거리를 d 라 하면,

$$d = \frac{|3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

이때, $d = \frac{3\sqrt{2}}{2} > 2 = r$

이므로 원과 직선은 만나지 않는다.

∴ 교점의 개수 : 0 개

25. 임의의 실수 k 에 대하여 원 $x^2 + y^2 - 2 + k(x - 2y + 1) = 0$ 이 항상 지나는 두 점 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{5\sqrt{5}}{5}$
⑤ $\frac{10\sqrt{5}}{5}$

③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

해설

준식이 k 에 관한 항등식이므로

$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 - 2 = 0 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서 $x = 2y - 1$, $\textcircled{B}$ 에 대입하면

$$(2y - 1)^2 + y^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 5y^2 - 4y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (5y + 1)(y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{5}, 1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{7}{5}, 1$$

$$\therefore \text{두 점} : \left(-\frac{7}{5}, -\frac{1}{5}\right), (1, 1)$$

$\therefore$ 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{\left(1 + \frac{7}{5}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

26. 점 $(0, 2)$ 를 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

㉠ $y = -\sqrt{3}x + 2, y = \sqrt{3}x + 2$

㉡ $y = -\sqrt{3}x - 2, y = \sqrt{3}x + 2$

㉢ $y = -\sqrt{3}x + 2, y = \sqrt{3}x + 3$

㉣ $y = -\sqrt{3}x + 2, y = \sqrt{3}x - 2$

㉤ $y = -\sqrt{3}x + 4, y = \sqrt{3}x + 2$

해설

$$x^2 + y^2 = 1 \cdots \textcircled{1}$$

점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면

$$y - 2 = m(x - 0)$$

$$\therefore y = mx + 2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하고 정리하면

$$(m^2 + 1)x^2 + 4mx + 3 = 0 \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ 이 $\textcircled{1}$ 에 접하려면 방정식 $\textcircled{3}$ 이 중근을 가져야 하므로

$$D/4 = (2m)^2 - 3(m^2 + 1) = 0$$

$$\therefore m^2 = 3$$

$$\therefore m = \pm \sqrt{3}$$

이것을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $y = \pm \sqrt{3}x + 2$

해설

(다른 풀이1) 접점을 (x_1, y_1) 이라면

$$\text{접선방정식은 } x_1x + y_1y = 1 \cdots \textcircled{1}$$

점 $(0, 2)$ 는 $\textcircled{1}$ 위의 점이므로

$$2y_1 = 1 \cdots \textcircled{2}$$

한편, (x_1, y_1) 은 원 $\textcircled{1}$ 위의 점이므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 1 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{에서 } (x_1, y_1) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$\textcircled{2}$ 에 대입하여 정리하면

$$y = -\sqrt{3}x + 2, y = \sqrt{3}x + 2$$

(다른 풀이2) 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의

기울기를 m 이라 하면 $y - 2 = m(x - 0)$

$$\therefore mx - y + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

원 $\textcircled{1}$ 의 중심에서 $\textcircled{1}$ 까지의 거리가

$$\text{원의 반지름과 같으므로 } \frac{2}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1$$

$$\therefore \sqrt{m^2 + 1} = 2$$

$$\therefore m = \pm \sqrt{3}$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y = \pm \sqrt{3}x + 2$