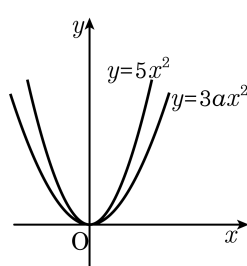


1. 이차함수 $y = 3ax^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > \frac{5}{3}$ ② $0 < a < \frac{5}{3}$
③ $a = \frac{5}{3}$ ④ $0 < a < 1$
⑤ $1 < a < \frac{5}{3}$



해설

$0 < 3a < 5$ 이므로

$\therefore 0 < a < \frac{5}{3}$

2. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

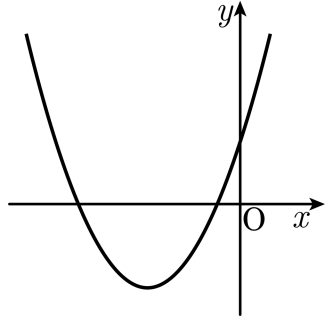
㉠ $y = 3x^2 + 2$	㉡ $y = 2(x - 1)^2$
㉢ $y = 2x^2$	㉣ $y = -3x^2 - 2$

- ① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉠,㉣ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

3. 다음 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 제3 사분면에 있으므로 $p < 0, q < 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p < 0, q < 0$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라고 할 때, $a^2 - a - b^2 + 2b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 대입하면

$a^2 - a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - a = 1$

$x = b$ 를 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에 대입하면

$b^2 - 2b - 3 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 3$

$\therefore a^2 - a - b^2 + 2b = a^2 - a - (b^2 - 2b) = 1 - 3 = -2$

5. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

6. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x = 1$ (중근) 이다.
㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

7. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3 일 때 $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근을 구하면?

① $1 \pm \sqrt{46}$

② $4 \pm \sqrt{46}$

③ $6 \pm \sqrt{46}$

④ $6 \pm 2\sqrt{13}$

⑤ $6 \pm 2\sqrt{26}$

해설

두 근의 합 $-\frac{a}{2} = 5$, $a = -10$

두 근의 곱 $\frac{b}{2} = 6$, $b = 12$

$$x^2 - 12x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 6 \pm \sqrt{46}$$

8. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 2, 3 이라고 한다. 이때, $bx^2 - ax + 6 = 0$ 의 두 근의 합과 곱은?

- ① 합 : $\frac{5}{6}$, 곱 : -1 ② 합 : $-\frac{5}{6}$, 곱 : 1
③ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : -1 ④ 합 : $\frac{6}{5}$, 곱 : -1
⑤ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : 1

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에서 해가 2, 3 이므로

(두 근의 합) = $-a = 5$

$\therefore a = -5$

(두 근의 곱) = $6 = b$

$a = -5, b = 6$ 을 $bx^2 - ax + 6 = 0$ 에 대입하면

$6x^2 + 5x + 6 = 0$

따라서 (두 근의 합) = $-\frac{5}{6}$, (두 근의 곱) = 1

9. 이차방정식 $2x^2 + 8x + 2 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.(단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$2x^2 + 8x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 이므로 $2x^2 + 8x + 2 = 0$ 에 a 를 대입하면

$$a^2 + 4a + 1 = 0,$$

각 항을 a 로 나누면 $a + 4 + \frac{1}{a} = 0,$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -4$$

10. 다음은 이차방정식 A 와 A 의 한 근 B 를 나타낸 것일 때, 유리수 a 의 값은?

$$A : -a = (x + 1)^2$$
$$B : -1 - \sqrt{3}$$

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

해설

이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 $-1 - \sqrt{3}$ 가 근이면 $-1 + \sqrt{3}$ 도 근이다.
 $-a = (x + 1)^2, x^2 + 2x + a + 1 = 0$
근과 계수와의 관계에서
두 근의 곱은 $a + 1 = -2$
 $\therefore a = -3$

11. 한 근이 $5 - 2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5 + 2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) $= 10$, (두 근의 곱) $= 13$
따라서 $4(x^2 - 10x + 13) = 0$ 이므로
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$ 이다.
따라서 $b = -40, c = 52$, $c - b = 92$

12. 지면에서 초속 40m 의 속도로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 이다. 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 6 초 후

③ 7 초 후

④ 8 초 후

⑤ 9 초 후

해설

지면에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

$$0 = 40t - 5t^2, \quad t^2 - 8t = 0 \rightarrow t(t - 8) = 0$$

$t > 0$ 이므로 $t = 8$

$\therefore$ 8 초 후

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동시켰더니 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 되었다. 이 때, apq 의 값은?

① 6 ② -6 ③ 8 ④ 9 ⑤ -9

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 + 6$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, p = -3, q = 6$$

$$\therefore apq = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) \times 6 = 9$$

14. 다음 보기의 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -3(x+1)^2 + 1$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = 2x^2 - 1$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = \frac{1}{4}(x+1)^2$

$\textcircled{\text{㉣}} \ y = \frac{1}{3}x^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \ y = \frac{2}{5}x^2 - 3$

- ① 위로 볼록한 포물선은 ㉠이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉡이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠,㉡이다.
- ④ 폭이 가장 좁은 포물선은 ㉠이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉢,㉣이다.

해설

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉡,㉣ 이다.

15. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x + 2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

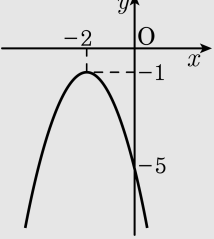
보기

- ㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ㉤ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
- ㉥ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
- ㉤ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



16. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와
포개어졌다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\&= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2 \\-1-p &= 4, p = -5 \\10+q &= -2, q = -12 \\\therefore pq &= 60\end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

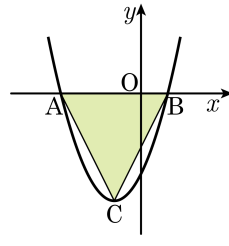
$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\ &= 2(x + 3)^2 + 3 \end{aligned}$$

$$-4 - p = 3, \quad p = -7$$

$$-6 + q = 3, \quad q = 9$$

$$\therefore p + q = 2$$

18. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

19. 이차방정식 $x^2 - mx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 4$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

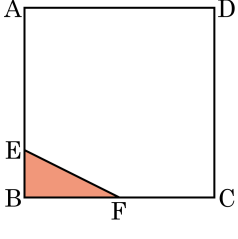
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= m, \alpha\beta = -2 \text{ 이므로} \\ \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 &= \alpha\beta(\alpha + \beta) = m \times (-2) = 4 \\ \therefore m &= -2\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



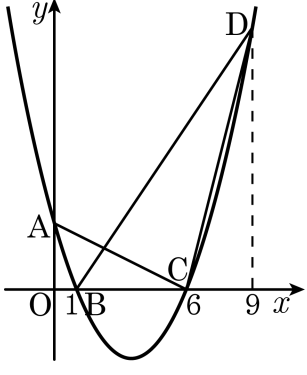
▶ 답 : 5 초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x) \text{ cm}$, $\overline{BE} = x \text{ cm}$
 $\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,
 정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} (20 - 2x)x = 25$
 $x^2 - 10x + 25 = 0$
 $(x - 5)^2 = 0$
 $\therefore x = 5$ (초)(단, $0 < x < 10$)

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

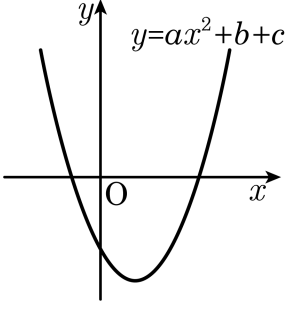
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

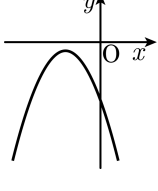
$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

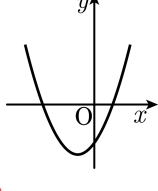
22. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



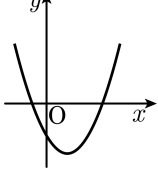
①



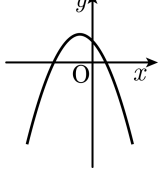
②



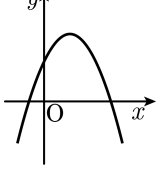
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x

좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

23. 이차방정식 $x^2 - px + 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 + qx - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 하고, $pa - qb = 2$ 를 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - px + 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$$a^2 - pa + 1 = 0, a^2 - pa = -1 \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 + qx - 3 = 0$ 에 $x = b$ 를 대입하면

$$b^2 + qb - 3 = 0, b^2 + qb = 3 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$a^2 - pa + b^2 + qb = 2 \text{ 이고 } pa - qb = 2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + b^2 - (pa - qb) = 2$$

$$a^2 + b^2 - 2 = 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4$$

24. 이차방정식 $\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$D = a^2 - 4 \left(\frac{a-2}{4} \right) (2a+1) > 0$$

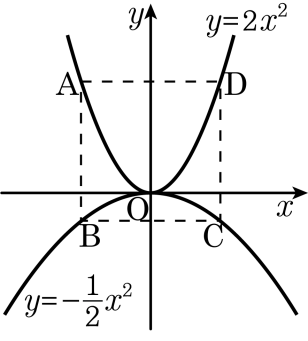
$$a^2 - 3a - 2 < 0$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \quad (\text{단, } a \neq 2)$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < 2 \text{ 또는 } 2 < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

따라서 $a = 0, 1, 3$ 이므로 합은 4 이다.

25. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면
 $A(-a, 2a^2)$, $B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, $C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$ 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$
이므로
 $2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$)