1. 다음 부등식 중 해가 $x > 3$ 인 것은?

① $2x + 1 < 11$　② $x - 1 < 0$

③ $2 - x < 2(x + 4)$　④ $5x - 7 > 3$

⑤ $4x + 1 > x + 10$

해설

⑤ $4x + 1 > x + 10$
$4x - x > 10 - 1$
$3x > 9$
$x > 3$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1<x+3 & \cdots ㉠ \\ 4-x<5 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해가 $a<x<b$ 일 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

㉠ : $x<2$
㉡ : $x>-1$
공통범위를 구하면, $-1<x<2$
따라서 $a=-1,\ b=2$ 이므로
$b-a=2-(-1)=3$ 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 4(2-x) \le 5 \\ \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3} > 1 \\ 2x - 3 \le 5 \end{cases}$ 을 풀면?

① $\dfrac{3}{4} < x \le 4$ ② $1 < x \le 4$ ③ $\dfrac{3}{4} \le x < 1$

④ $\dfrac{3}{4} \le x < 4$ ⑤ $1 \le x < 4$

해설

$\begin{cases} 4(2-x) \le 5 \\ \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3} > 1 \\ 2x - 3 \le 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{3}{4} \\ x > 1 \\ x \le 4 \end{cases}$

$\therefore\ 1 < x \le 4$

4. 연립부등식 $14-3x \le 8+2x < x+19$를 만족하는 가장 큰 정수 a 와 가장 작은 정수 b 를 구하여 $a-b$ 을 구하여라.

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$14-3x \le 8+2x < x+19$

$\begin{cases} 14-3x \le 8+2x \\ 8+2x < x+19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \ge \frac{6}{5} \\ x < 11 \end{cases}$

가장 큰 정수 $a = 10$

가장 작은 정수 $b = 2$

$\therefore\ a-b = 10-2 = 8$

5. 영희는 3 회의 시험에서 각각 88 점, 92 점, 96 점을 받았다. 다음 시험에서 몇 점 이상을 받아야 4 회에 걸친 평균 성적이 90 점 이상이 되겠는가?

① 82 점 ② 84 점 ③ 86 점 ④ 88 점 ⑤ 90 점

해설

$$\frac{88+92+96+x}{4} \geq 90$$

$$276 + x \geq 360$$

$$\therefore\ x \geq 84$$

6. 입장료가 3000 원인 어느 야구 경기장에서 20 명 이상이면 초과되는 인원에 한하여 1000 원씩 할인을 해준다고 한다. 80000 원 이하로 야구장에 가려고 할 때, 최대 몇 명까지 갈 수 있겠는가?

① 27 명 ② 30 명 ③ 32 명 ④ 40 명 ⑤ 42 명

해설

초과된 사람 수를 x 명이라고 하자.
$(3000 \times 20) + 2000x \leq 80000$
$x \leq 10$
원래 20 명과 초과된 10 명을 합해서 최대 30 명까지 갈 수 있다.

7. 일차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=-3x+3$일 때, $f(2)+f(-2)$의 값은?

① 4 ② -4 ③ 0 ④ 6 ⑤ 2

해설

$f(2)=-3,\ f(-2)=9$
$\therefore\ f(2)+f(-2)=6$

8. 점 $(a,\ 2a)$ 가 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 의 그래프 위에 있을 때, a 의 값은?

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{6}{11}$

해설

$y=-\frac{3}{2}x+3$ 에 $(a,\ 2a)$ 를 대입하면

$2a=-\frac{3}{2}a+3$

$4a=-3a+6$

$7a=6$

$a=\frac{6}{7}$

9. 일차함수 $y = -x + 1$의 그래프를 y축 방향으로 q만큼 평행이동 한 그래프가 점 $(2q,\ 3)$를 지날 때, q의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

일차함수 $y = -x + 1$의 그래프를 y축 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프는 $y = -x + 1 + q$이고
이 그래프가 점 $(2q,\ 3)$을 지나므로 $x,\ y$에 각각 $2q,\ 3$을 대입한 등식이 성립한다.
따라서 $3 = -2q + 1 + q$, $q = -2$이다.

10. 세 직선 $y = x + 1$, $y = 3x - 1$, $y = 2x + a$ 가 한 점에서 만난다고 할 때, a 의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x + 1 = 3x - 1$, $2x = 2$, $x = 1$　∴ $(1, 2)$

$2 = 2 + a$　∴ $a = 0$

11. $x < -1$ 일 때, x 와 $\frac{1}{x}$ 의 대소를 비교하려 한다. $\square$ 안에 알맞은 부등호를 차례로 써 넣으면?

보기

$x < -1$ 일 때 $x^2 \square 1$에서 $x \square \frac{1}{x}$

① $>$, $<$ ② $>$, $>$ ③ $<$, $>$ ④ $\geq$, $<$ ⑤ $<$, $\geq$

해설

$x < -1$ 인 범위 내에서 하나의 수를 예로 들어 생각한다.
$x = -2$라고 하면
$(-2)^2 > 1$, $-2 < -\frac{1}{2}$

12. $1 \le x \le 2$, $-3 \le y \le 0$ 일 때, $2x - 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -12 ② -11 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$1 \le x \le 2$의 각 변에 2 를 곱하면 $2 \le 2x \le 4$
$-3 \le y \le 0$의 각 변에 -3 을 곱하면 $0 \le -3y \le 9$
$2x - 3y$ 는 $2 \le 2x - 3y \le 13$,
따라서 최솟값은 2 , 최댓값은 13이므로 합은 15 이다.

13. 부등식 $\frac{3x-1}{6} < \frac{x+2}{3}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수는 몇 개인가?

① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$\frac{3x-1}{6} < \frac{x+2}{3}$ 의 양변에 6을 곱하면

$3x-1 < 2(x+2)$,

$3x-1 < 2x+4$

$\therefore\ x < 5$

따라서 만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

14. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

> $a<0$일 때, $ax-8a>2ax+10a$를 계산한다.
> 정민 : 우선 이항을 해야겠네. x가 있는 항과 없는 항으로.
> 민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax>18a$가 되겠네.
> 지현 : a는 음수이니깐 $-a>0$ 이겠구나.
> 지윤 : 맞아. a는 음수이니깐 $-a$를 양변으로 나누면 $x<-\dfrac{18a}{a}$가 나오겠네.
> 정희 : 그렇다면 $x<-18$이 되는구나.

① 정민 ② 민호 ③ 지현 ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

> $a<0$일 때, $ax-8a>2ax+10a$를 계산한다.
> 정민 : 우선 이항을 해야겠네. x가 있는 항과 없는 항으로.
> 민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax>18a$가 되겠네.
> 지현 : a는 음수이니깐 $-a>0$ 이겠구나.
> 지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$를 양변으로 나누면 $x>-\dfrac{18a}{a}$가 나오겠네.
> 정희 : 그렇다면 $x>-18$이 되는구나.

지윤은 $a<0$임을 알고 있었지만 $-a>0$를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x>-18$이 아닌 $x<-18$ 이라고 하였다.

15. 부등식 $-3x+a \le 8$ 의 해가 $x \ge 1$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$-3x+a \le 8$

$-3x \le 8-a$

$x \ge \dfrac{8-a}{-3}$

$x \ge \dfrac{-8+a}{3}$

$x \ge 1$ 이 되려면 $\dfrac{-8+a}{3} = 1$

$-8+a = 3$

$\therefore\ a = 11$

16. 두 부등식 $3x-6<5x+4$, $x-4>ax-5$의 해가 서로 같을 때, 상수 a에 대하여 $5a-4$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$3x-6<5x+4$에서 $-2x<10 \quad \therefore x>-5$

$x-4>ax-5$에서 $x-ax>4-5 \Rightarrow (1-a)x>-1$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$1-a>0$이고 해는 $x>\dfrac{-1}{(1-a)}$

$-5=\dfrac{-1}{(1-a)} \Rightarrow -5+5a=-1 \Rightarrow 5a=4$

$\therefore a=\dfrac{4}{5}$

$\therefore 5a-4=0$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 5(2+x)+9 \le -1 \\ 3(ax+1)-2x \ge -1 \end{cases}$ 을 풀었더니 그 해가 $x = -4$ 이었을 때, a 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 5

해설

$5(2+x)+9 \le -1$
$10+5x+9 \le -1$
$5x \le -1-19$
$x \le -4$
이므로 해가 $x = -4$ 이기 위해서는 다음 부등식의 해는 $x \ge -4$ 이어야 하므로
$3(ax+1)-2x \ge -1$
$3ax+3-2x \ge -1$
$(3a-2)x \ge -4$
$3a-2=1 \quad \therefore a=1$

18. A, B 두 음악 다운로드 사이트 한 달 사용요금이 다음과 같을 때, A 사이트를 선택하는 것이 유리하려면 몇 곡 이상의 음악을 다운로드 받아야 하나?

	기본요금	추가요금
A	12,000원	없음
B	3,500원 (10곡 무료 다운로드)	한 곡에 500원 (10곡 초과 시)

① 24곡 이상 ② 25곡 이상 ③ 26곡 이상
④ 27곡 이상 ⑤ 28곡 이상

해설

다운로드 받을 받을 음악의 개수를 x개라 하면
$12000 < 3500 + 500(x - 10)$
$27 < x$
따라서 28곡 이상 다운로드 받을 경우, A사이트를 이용하는 것이 유리하다.

19. 20% 의 소금물 300g 에 물 xg 을 섞어서 15% 이하의 소금물을 만들려고 할 때, x 의 범위를 구하는 과정이다. 다음 중 빈 칸에 넣은 수가 옳지 <u>않은</u> 것은?

20% 의 소금물 300g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{20}{100} \times (①) = (②)$(g)
물 xg 을 섞었을 때의 소금물의 양은 (③)g 이다.
전체 소금물의 농도는 $\frac{60}{300+x} \times 100(\%)$ 이다.
소금물의 농도가 15% 이하이므로 $\frac{60}{300+x} \times 100 \leq 15$
$\frac{60}{300+x} \times 100 \leq 15$, $(④) \leq 300+x$
$x \geq (⑤)$
따라서 x 의 범위는 (⑥)g 이상이다.

① 300 ② 60 ③ $300+x$
④ 600 ⑤ 100

해설

20% 의 소금물 300g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{20}{100} \times (300) = (60)$(g)
물 x g 을 섞었을 때의 소금물의 양은 $(300+x)$ g 이다.
전체 소금물의 농도는 $\frac{60}{300+x} \times 100(\%)$ 이다.
소금물의 농도가 15% 이하이므로 $\frac{60}{300+x} \times 100 \leq 15$
$\frac{60}{300+x} \times 100 \leq 15$
$(400) \leq 300+x$
$x \geq (100)$
따라서 x 의 범위는 (100)g 이상이다.

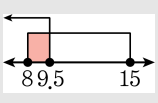
20. 300 원짜리 사과와 200 원짜리 귤을 합하여 15 개를 사는데 금액을 3950 원 이하로 귤보다 사과를 많이 사려고 한다. 이 조건을 만족하여 살 수 있는 사과의 개수는 최대 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

사과의 개수 : x 개, 귤의 개수 : $(15-x)$ 개



$$\begin{cases} 300x + 200(15-x) \le 3950 \cdots ㉠ \\ 8 \le x \le 15 \end{cases}$$

㉠ : $300x + 3000 - 200x \le 3950$

$100x \le 3950 - 3000$

$100x \le 950$

$\therefore\ x \le 9.5$

$\therefore 8 \le x \le 9.5$ 따라서 살 수 있는 사과의 최대 개수는 9 개이다.

21. 좌표평면 위의 세 점 $(-5,\ 3)$, $(1,\ 3)$, $(3,\ a)$ 가 한 직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값과 직선의 방정식은?

① $0,\ x=0$　② $3,\ x=3$　③ $3,\ x=-3$

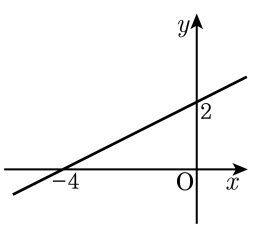
④ $3,\ y=3$　⑤ $3,\ y=-3$

해설

y 값이 같으므로 x 축에 평행한 직선이다.

$\therefore a=3,\ y=3$

22. 다음 그림은 일차함수 $y = ax-2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i) $y = ax - 2 + b$의 y절편이 2이므로
$-2 + b = 2 \therefore b = 4$
ii) $y = ax + 2$의 x절편이 -4이므로
$0 = -4a + 2 \therefore a = \frac{1}{2}$
따라서 $ab = 2$이다.

23. 일차방정식 $ax+3(a-1)y+2=0$의 그래프는 x절편이 2, y절편이 b이다. 이때, $a-3b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

ⅰ) x절편이 2이므로
점 $(2,\ 0)$을 일차방정식 $ax+3(a-1)y+2=0$에 대입하면
$2a+3(a-1)\times 0+2=0,\ \ 2a=-2\ \ \therefore\ a=-1$
일차방정식 $ax+3(a-1)y+2=0$에 $a=-1$을 대입하면
$-x-6y+2=0,\ \ x+6y-2=0$이다.
ⅱ) y절편이 b이므로
점 $(0,\ b)$를 일차방정식 $x+6y-2=0$에 대입하면
$0+6b-2=0,\ \ 6b=2\ \ \therefore\ b=\frac{1}{3}$
ⅰ), ⅱ)에 의하여 $a=-1,\ b=\frac{1}{3}$이므로
$a-3b=-1-3\times\frac{1}{3}=-2$ 이다.

24. 일차방정식 $2x - 2ay + 4 = 0$의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{3}$이고, 일차함수 $y = ax - a + 2$의 그래프의 x절편은 b일 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

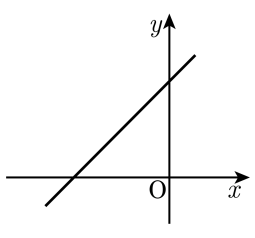
해설

$y = \frac{1}{a}x + \frac{2}{a}$의 기울기는 $\frac{1}{3}$이므로 $a = 3$이다.

$y = 3x - 1$의 x절편은 $b = \frac{1}{3}$이다.

따라서 $ab = 1$

25. 일차방정식 $x-ay+b=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것은?



① $a>0,\ b>0$ ② $a>0,\ b<0$ ③ $a<0,\ b>0$

④ $a<0,\ b=0$ ⑤ $a=0,\ b=0$

해설

$x-ay+b=0$는 $y=\frac{1}{a}x+\frac{b}{a}$이므로 $\frac{1}{a}>0$, $\frac{b}{a}>0$이다.

따라서 $a>0,\ b>0$ 이다.

26. $x+2y=5,\ 2x+ay=4$의 그래프가 서로 평행할 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ 4

해설

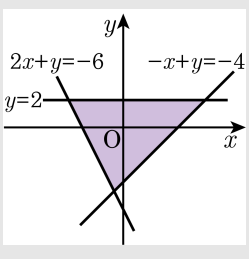
$\frac{1}{2}=\frac{2}{a}\neq\frac{5}{4}$

$\therefore a=4$

27. 세 방정식 $y = 2$, $-x + y = -4$, $2x + y = -6$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{100}{3}$ ② $\frac{112}{3}$ ③ $\frac{140}{3}$ ④ $\frac{144}{3}$ ⑤ $\frac{135}{3}$

해설



$y = 2 \cdots$ ㉠
$-x + y = -4 \cdots$ ㉡
$2x + y = -6 \cdots$ ㉢
에서 ㉠, ㉡의 교점 $(6,\ 2)$, ㉡, ㉢의 교점 $\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{14}{3}\right)$, ㉠, ㉢의 교점 $(-4,\ 2)$

따라서 구하는 넓이는 $10 \times \left(\frac{14}{3} + 2\right) \times \frac{1}{2} = \frac{100}{3}$

28. $3x-8 < -(2x+1)$, $\frac{x+3}{4} \le \frac{x-1}{2}$, $0.6(1-2x) \le 0.3x+1.2$을 만족하는 x의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$3x - 8 < -(2x + 1)$

$\therefore\ x < 1.4$

$\frac{x+3}{4} \le \frac{x-1}{2}$

$\therefore\ 5 \le x$

$0.6(1 - 2x) \le 0.3x + 1.2,\ x$는 정수

$\therefore\ -0.4 \le x$

따라서 모두 만족하는 x는 없으므로 0개이다.

29. 다음 조건에 맞게 실험을 한다고 할 때, 4% 의 설탕물은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가?

> 4% 의 설탕물과 10% 의 설탕물을 섞어서 농도가 5% 이하인 설탕물 600g 을 만들려고 한다.

① 100g 이상 ② 200g 이상 ③ 300g 이상
④ 400g 이상 ⑤ 500g 이상

해설

구하려는 설탕물을 x라 하면

$\frac{4}{100} \times x + \frac{10}{100} \times y \leq \frac{5}{100} \times 600 \cdots$ ㉠

$x + y = 600 \cdots$ ㉡

㉡의 식을 ㉠의 식에 대입하여 정리하면

$\frac{4}{100} \times x + \frac{10}{100} \times (600 - x) \leq \frac{5}{100} \times 600$

$\therefore\ x \geq 500\ (\mathrm{g})$

30. 다음 중에서 y가 x의 일차함수인 것을 모두 골라라.

① 밑변과 높이가 각각 2 cm 와 x cm 인 삼각형의 넓이는 y cm^2 이다.

② 가로와 세로의 길이가 각각 2 cm와 x cm 인 직사각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

③ $y = x(x-4)$

④ 1 분당 통화료가 x 원일 때, 6 분의 통화료는 y 원이다.

⑤ 지름이 x m 인 호수의 넓이는 y m^2 이다.

해설

① $y = x$
② $y = 2x + 4$
④ $y = 6x$
⑤ $y = \pi x^2$

31. 두 개의 일차함수 $y = ax + 1$ (단, $a > 0$), $y = -2x + b$ 가 있다. 이 두 함수의 x의 범위는 -1, 2 이고 함숫값의 범위는 일치한다. 이 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

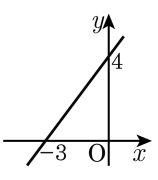
▶ 답 :

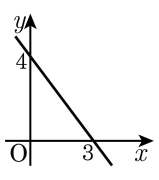
▷ 정답 : 1

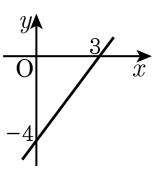
해설

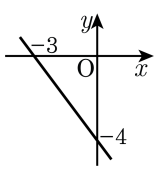
함숫값의 범위를 각각 구해보면
$-a + 1$, $2a + 1$
$-4 + b$, $2 + b$
i) $-a + 1 = -4 + b$ $\cdots$①
$2a + 1 = b + 2$ $\cdots$② 일 때,
①, ②를 연립하여 풀면 $a = 2, b = 3$
$a > 0$ 을 만족한다.
ii) $-a + 1 = b + 2 \cdots$①
$2a + 1 = -4 + b \cdots$②일 때,
$a = -2$, $b = 1$
$a > 0$ 을 만족하지 않는다.
따라서 $b - a$ 는 $3 - 2 = 1$ 이다.

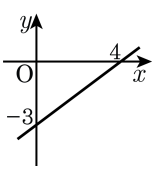
32. 일차함수 $4x - 3y - 12 = 0$의 그래프를 옳게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

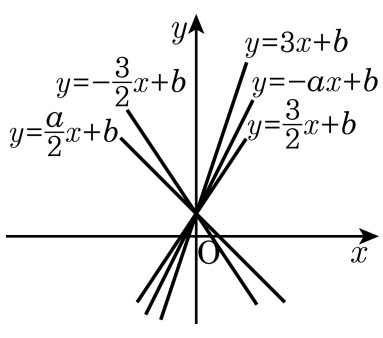
④ 

⑤ 

해설

x절편이 3, y절편이 -4이다.
따라서 ③이다.

33. 두 일차함수 $y=-ax+b$와 $y=\frac{a}{2}x+b$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 있는 범위를 $t<a<s$라고 하자. $t\div s$의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 2

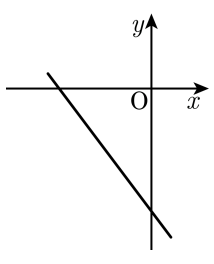
해설

$\frac{3}{2}<-a<3$이고 $-\frac{3}{2}<\frac{a}{2}$이므로

$-3<a<-\frac{3}{2}$이다.

따라서 $t=-3,\ s=-\frac{3}{2}$이므로 $t\div s=2$이다.

34. 일차함수 $y = -\frac{b}{a}x + \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = acx - ab$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 모든 사분면을 다 지난다.

해설

$-\frac{b}{a} < 0, \frac{c}{b} < 0$ 이므로 $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$ 또는 $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$ 이다.
따라서, $ac < 0, -ab < 0$ 이므로 $y = acx - ab$ 의 그래프는 기울기가 음수이고, y 절편도 음수이다.
그러므로 제 1 사분면을 지나지 않는다.

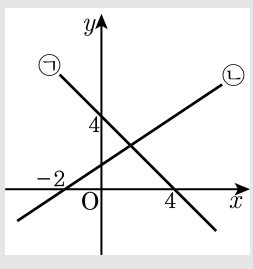
35. 두 일차방정식 $x+y=4$, $2x-3y=-4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{36}{5}$

해설

$\begin{cases} x+y=4 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=-4 & \cdots ㉡ \end{cases}$



에서 ㉠$\times 3+$㉡ 을 하면 $x=\frac{8}{5}$ 이 나온다. 처음 주어진 식 ㉠에 x 값을 대입하면 $\frac{8}{5}+y=4$,

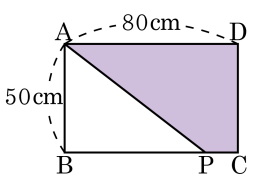
따라서 $y=\frac{12}{5}$ 가 된다.

두 일차방정식의 그래프를 그려보면 각 그래프의 x 절편이 -2 와 4 가 나온다.

따라서 삼각형 밑변의 길이는 $4-(-2)=6$ 이고, 높이는 $\frac{12}{5}$ 이므로 삼각형의 넓이는

$6\times\frac{12}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{36}{5}$ 이 나온다.

36. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 P가 점 B에서 점 C까지 매초 4cm의 속력으로 움직이고 있다. 점 P가 x초 동안 움직였을 때, □APCD의 넓이가 2500cm^{2}가 되는 x의 값은?



① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

사각형 ABCD의 넓이는 전체 직사각형 ABCD에서 △ABP의 넓이를 빼면 된다.
따라서 x초 후 APCD의 넓이를 ycm^{2}라고 하면
$y = 4000 - 100x$가 성립한다.
따라서 $4000 - 100x = 2500$이므로 $x = 15$이다.

37. 두 직선 $2ax+3by=1$, $3bx+2ay=1$ 이 평행할 때, a,b 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-\frac{3}{2}b$

해설

$2ax+3by=1$ 에서 $3by=-2ax+1$ 이다.

$y=-\frac{2a}{3b}x+\frac{1}{3b}$

$3bx+2ay=1$ 에서 $2ay=-3bx+1$ 이다.

$y=-\frac{3b}{2a}x+\frac{1}{2a}$

두 직선이 평행하면

기울기가 같으므로 $-\frac{2a}{3b}=-\frac{3b}{2a}$, $a^2=\frac{9}{4}b^2$ 즉, $a=\frac{3}{2}b$ 또는 $a=-\frac{3}{2}b$

y 절편은 다르므로 $\frac{1}{3b}\neq\frac{1}{2a}$, $2a\neq 3b$, $a\neq\frac{3}{2}b$

따라서 $a=-\frac{3}{2}b$ 이다.

38. 직선 $x - my + n = 0$ 이 제 3 사분면을 지나지 않을 때, 일차함수 $y = mx - n$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나지 않는지 구하여라. (단, $mn \neq 0$)

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설

$x - my + n = 0$ 을 y에 관하여 풀면 $my = x + n$, $y = \frac{1}{m}x + \frac{n}{m}$ 이다. 제 3 사분면을 지나지 않으면 (기울기) < 0, (y절편) > 0 이어야 하므로 $\frac{1}{m} < 0$, $m < 0$ 이고 $\frac{n}{m} > 0$, $m < 0$ 이므로 $n < 0$ 이다. 따라서 $y = mx - n$ 의 그래프는 (기울기) < 0, (y절편) > 0 이므로 제 3 사분면을 지나지 않는다.

39. 두 직선 $\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 5x+4y=-12 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=-4$

해설

$\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 5x+4y=-12 \end{cases}$ 에서 $x=-4,\ y=2$

따라서 $(-4,\ 2)$를 지나고 y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=-4$ 이다.

40. 두 직선 $\frac{1}{2a}x+\frac{1}{8}y=2$, $-\frac{1}{4}x+\frac{1}{b}y=-1$의 교점의 좌표가 (a, b)일 때, $a+b$의 값은?

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

각 식에 점 (a, b)를 대입하면

$\frac{1}{2a}x+\frac{1}{8}y=2$, $-\frac{1}{4}x+\frac{1}{b}y=-1$

$$\begin{cases}\frac{a}{2a}+\frac{b}{8}=2\\ -\frac{a}{4}+\frac{b}{b}=-1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}+\frac{b}{8}=2\\ -\frac{a}{4}+1=-1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b=12\\ a=8\end{cases}$$

$\therefore a+b=20$

41. 두 부등식 $-30 \geq 7x - 2$와 $-a - 2 \leq x - 5 \leq a - 3$를 동시에 만족하는 x의 값이 존재하지 않도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < 7$

해설

$-30 \geq 7x - 2 \cdots$ ㉠
$-a - 2 \leq x - 5 \leq a - 3 \cdots$ ㉡
㉠에서 $x \leq -4$
㉡에서 $-a + 3 \leq x \leq a + 2$
공통 부분이 없어야 하므로 $-a + 3 > -4$
$\therefore a < 7$

42. 농도가 5 % 인 소금물 200g 에 소금을 넣고, 넣어 준 소금의 양만큼 물을 증발시켜서 농도가 7 % 이상이 되게 하려고 한다. 이 때, 더 넣어준 소금의 양은 최소 몇 g 인지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 4 g

해설

농도가 5 % 인 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은

$200 \times \frac{5}{100} = 10\,(\mathrm{g})$

더 넣어준 소금의 양을 xg 이라 하면

$\frac{10+x}{200} \times 100 \geq 7$

$\therefore x \geq 4$

따라서 더 넣어준 소금의 양은 최소 4g 이다.

43. 일차함수 $y = -2x + 4$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $-b$만큼 평행이동하면 $y = -2x$의 그래프와 겹쳐진다. 이때, $2a - b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$y = -2(x - a) + 4 - b$
$y = -2x + 2a + 4 - b$는 $y = -2x$와 같으므로
$\therefore\ 2a + 4 - b = 0$
$\therefore\ 2a - b = -4$

44. $y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이고, $y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이라고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 5x - \frac{12}{5}$

해설

$y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 y 절편이 같다.

$\therefore\ a = 5$

$y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이므로 x 절편이 같다.

$\therefore\ b = -\frac{12}{5}$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 5x - \frac{12}{5}$ 이다.

45. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $S(n)=\frac{f(p+1)-f(1)}{(-1)\times 1}+\frac{f(p+2)-f(2)}{(-1)^2\times 2}+\frac{f(p+3)-f(3)}{(-1)^3\times 3}-\cdots+\frac{f(p+n)-f(n)}{(-1)^n\times n}$ 라고 정의한다. $S(1)+S(3)+S(5)+\cdots+S(99)=200$ 일 때, $f(x)$ 의 기울기를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{4}{p}$

해설

$S(1)=-f(p+1)+f(1)$

$S(3)$

$=-f(p+1)+f(1)+f(p+2)-f(2)-f(p+3)+f(3)$

$=S(1)-\frac{f(p+3)-f(p+2)}{(p+3)-(p+2)}+\frac{f(3)-f(2)}{3-2}$ 에서

$\frac{f(p+3)-f(p+2)}{(p+3)-(p+2)}=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=$ (기울기) 이므로 $S(3)=S(1)$

같은 방법으로

$S(1)=S(3)=S(5)=S(7)=\cdots=S(99)$ 이다.

$S(1)+S(3)+S(5)+\cdots+S(99)=50\times S(1)=200$ 이므로 $S(1)=4$

일차함수 $f(x)=ax+b$ 라 하면

$S(1)=-f(p+1)+f(1)$

$=-a(p+1)-b+a+b$

$=-ap=4$

$\therefore\ a=-\frac{4}{p}$

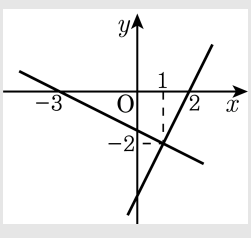
따라서 $f(x)$ 의 기울기는 $-\frac{4}{p}$ 이다.

46. x의 범위가 $-3 \le x \le 2$인 함수 $y = ax + b$가 점 $(1, -2)$를 지나고 y의 값이 항상 음수가 되도록 하는 상수 a의 범위를 구하면?

① $-2 < a < \frac{1}{2}$ ② $-2 < a < 1$ ③ $-1 < a < 1$
④ $-1 < a < 2$ ⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

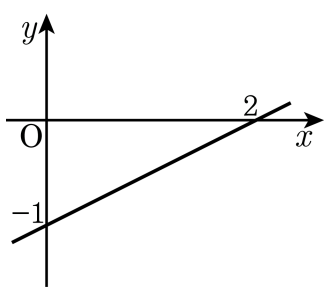
$y = ax + b$의 그래프는 점 $(1, -2)$를 항상 지난다.



$\frac{-2-0}{1-(-3)} < a < \frac{0-(-2)}{2-(1)}$

$\therefore -\frac{1}{2} < a < 2$

47. 다음 그림은 일차함수 $y = ax+b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $mx + 2y = 1$ 의 그래프가 서로 평행일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고 y 절편이 -1 이므로

$y = ax + b = \frac{1}{2}x - 1$

$mx + 2y = 1 \Rightarrow y = -\frac{m}{2}x + \frac{1}{2}$

두 그래프가 서로 평행하므로 기울기가 같다.

$\frac{1}{2} = -\frac{m}{2}$, $m = -1$

48. 용량이 5 L 인 A 용기에 a 용액을 가득 담는데 필요한 시간은 50 분이고 용량이 3 L 인 B 용기에 b 용액을 담는데 필요한 시간은 90 분이다. 만약 각각의 용기에 각각의 용액을 담기 시작하는 시각을 A 용기는 정해진 시각에서 t 분 늦추고 B 용기는 그 시각보다 $f(t)$ 분 일찍 용액을 담기 시작하면 A 용기가 B 용기보다 5 분 일찍 가득찬다고 할 때, 함수 $f(t)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-t+35$

해설

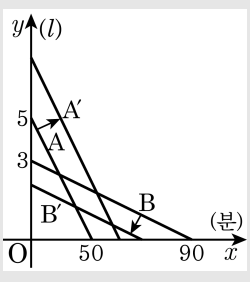
각 용기에 용액이 채워지고 남은 용량을 y L, 용액을 채우는 시간을 x 분으로 놓고 식을 세우면

A 용기의 방정식 :

$\frac{x}{50}+\frac{y}{5}=1$ 에서 $y=-\frac{1}{10}x+5\cdots$ ㉠

B 용기의 방정식 :

$\frac{x}{90}+\frac{y}{3}=1$ 에서 $y=-\frac{1}{30}x+3\cdots$ ㉡



A 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 t 분 늦추었으므로 ㉠에 x 대신 $x-t$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{10}(x-t)+5\cdots$ ㉢

B 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 $f(t)$ 분 앞당겼으므로 ㉡에 x 대신 $x+f(t)$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{30}(x+f(t))+3\cdots$ ㉣

각각의 용기가 가득차는 시간에서 A 용기가 B 용기보다 5 분 빠르므로

(㉣의 x절편) − (㉢의 x절편) $=5$ 이다.

㉢ 의 x 절편은 $50+t$, ㉣ 의 x 절편은 $90-f(t)$

$90-f(t)-50-t=5 \therefore\ f(t)=-t+35$

49. 두 직선 $x-y-3=0$, $x+2y=0$ 과 점 A$(0,\ -3)$ 을 지나는 직선 $l : y=ax+b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 9 일 때, ab 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

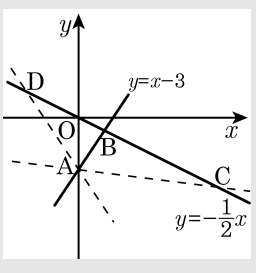
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설



A$(0,\ -3)$, B$(2,\ -1)$ 이고 $\triangle ABO=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$ 이다. 그런데 조건에 적합한 넓이가 9 인 삼각형은 그림과 같이 두 개다.

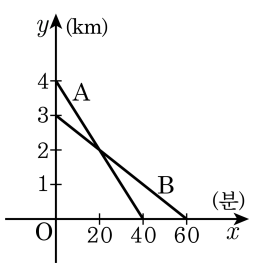
$\triangle AOD=6$, $\triangle AOC=12$

따라서 점 A 와 점 D$(-4,\ 2)$, 점 C$(8,\ -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

각각 $y=-\frac{5}{4}x-3$, $y=-\frac{1}{8}x-3$ 이다.

그러므로 ab 의 값이 될 수 있는 수는 $\frac{15}{4}$, $\frac{3}{8}$ 이다.

50. 다음 그래프는 두 사람 A, B가 각각 집에서 출발하여 학교로 갈 때, 이동한 시간 x와 학교까지 남은 거리 y를 나타낸 것이다. 만약 A가 원래 출발한 시각보다 t분 늦게 출발한다면, B는 원래 출발한 시각보다 $f(t)$분 더 일찍 출발해야 A와 동시에 학교에 도착할 수 있다고 할 때, 함수 $f(t)$의 식을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-t+20$

해설

직선 A 의 방정식 $\frac{x}{40}+\frac{y}{4}=1$ 에서

$y=-\frac{1}{10}x+4\cdots$㉠

직선 B 의 방정식 $\frac{x}{60}+\frac{y}{3}=1$ 에서

$y=-\frac{1}{20}x+3\cdots$㉡

A 가 원래 출발한 시간보다 t 분 늦게 출발하였으므로 ㉠ 에 x 대신 $x-t$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{10}(x-t)+4\cdots$㉢

B 가 원래 출발한 시간보다 $f(t)$ 분 빨리 출발하였으므로 ㉡ 에 x 대신 $x+f(t)$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{20}(x+f(t))+3\cdots$㉣

학교에 도착하는 시간이 같으므로 ㉢, ㉣ 의 x 절편이 같아야 한다.

㉢ 의 x 절편은 $40+t$

㉣ 의 x 절편은 $60-f(t)$

$40+t=60-f(t)$

$\therefore\ f(t)=-t+20$