

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -5$$

2. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9

② 13

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 2 \text{ 가 } 2x^2 - ax + 5a + 4 = 0 \text{ 의 근이므로 대입하면}$$

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

3. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

4. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$

② $x = -4$ 또는 $x = 7$

③ $x = -4$ 또는 $x = -1$

④ $x = 3$ 또는 $x = -1$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x - 4)(x + 7) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -7$$

5. 이차방정식 $4x^2 - 8x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$4x^2 - 8x + k = 0$$

$$4\left(x^2 - 2x + \frac{k}{4}\right) = 0$$

$$\left(\frac{-2}{2}\right)^2 = \frac{k}{4}$$

$$\therefore k = 4$$

6. 이차방정식 $(x+3)^2-6=0$ 을 풀면?

- ① $x = 3 \pm \sqrt{6}$ ② $x = 3 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -3 \pm \sqrt{6}$
④ $x = -3 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2-6 &= 0, \quad (x+3)^2 = 6 \\ x+3 &= \pm\sqrt{6} \\ \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면 $3x^2 + 10x = 5$, $3x^2 + 10x - 5 = 0$

두 근의 합 $a = -\frac{10}{3}$

두 근의 곱 $b = -\frac{5}{3}$

$\therefore a+b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

8. 30cm의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $15 - x\text{cm}$ 라 하면,
 $54 = x(15 - x)$, $x = 6$ 또는 $x = 9$
따라서 직사각형의 가로와 세로의 길의 차는 3cm이다.

9. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

① $a \neq 0$

② $b \neq 0$

③ $c \neq 0$

④ $b^2 - 4ac = 0$

⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

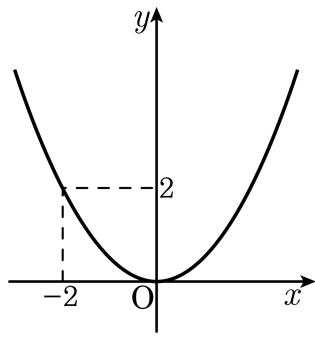
해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

11. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{3}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

12. 다음 이차함수의 그래프 중에서 $y = -\frac{1}{6}x^2$ 과 x 에 대하여 서로 대칭인 것은?

① $y = -2x^2$

② $y = 6x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{6}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

13. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

14. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 (2, 0) 이다.
- ㉡ y 축에 대칭인 포물선이다.
- ㉢ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ㉤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ㉠ 꼭짓점은 (0, 0)
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

15. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시키면 점 $(-1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = -3x^2 + 2$
(-1, a)를 지나므로
 $a = -3 + 2$
 $\therefore a = -1$

16. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 19

② 20

③ 21

④ 22

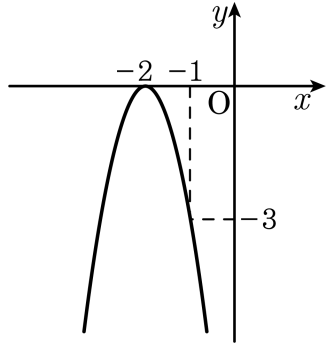
⑤ 23

해설

$$y = 2(x + 2)^2 + 3 = 2x^2 + 8x + 11$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 8 + 11 = 21$$

17. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x + 2)^2$

④ $y = -3(x + 2)^2$

⑤ $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로

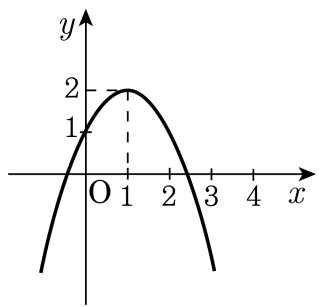
$y = a(x + 2)^2$ 에 점 $(-1, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = a(-1 + 2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x + 2)^2$$

18. 아래 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 평행이동한 그래프의 식을 구하면?



- ① $y = -x^2 + 1$ ② $y = -x^2 + 2$
③ $y = -(x-1)^2$ ④ $y = -(x-1)^2 + 2$
⑤ $y = -(x+1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동했으므로 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

19. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 - 8x + 7 = 0$
 $(x - 7)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
 $\therefore a + b = 8$

20. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$

② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$

④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 6$ 에 $(0, 5)$ 를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

21. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

22. 이차방정식 $9x^2 - 18x + m = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{3}$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 3x + n = 0$ 의 한 근이 m 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$9x^2 - 18x + m = 0$ 에 $x = \frac{1}{3}$ 을 대입하면

$$1 - 6 + m = 0 \quad \therefore m = 5$$

$x^2 - 3x + n = 0$ 에 $x = 5$ 를 대입하면

$$25 - 15 + n = 0 \quad \therefore n = -10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 다른 한 근은 -2 이다.

23. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면
 $3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 21$
 $3^2 + b = 0 \quad \therefore b = -9$
 $\therefore a + b = 21 - 9 = 12$

24. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A, B 의

값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -2$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3} \end{aligned}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로

$A = -2, B = -2$ 이다.

25. 두 방정식 $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$, $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$ 의 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$

② -3

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ -1

해설

i) $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

ii) $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$(2x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

따라서 공통근은 $x = -1$ 이다.

26. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x-y)(x-y-4)+4=0$$

$x-y$ 를 A 로 치환하면,

$$A(A-4)+4=0$$

$$A^2-4A+4=0, (A-2)^2=0$$

$$(x-y-2)^2=0$$

$$x-y-2=0$$

$$\therefore x-y=2$$

27. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1이다.

28. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -2$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
 $x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
 $x^2 - (3 + 2)x + (-2 + 3 + 1) = 0$
 $x^2 - 5x + 2 = 0$
 $m = -5, n = 2$
 $\therefore m + n = -3$

29. 두 근이 $1 + \sqrt{3}$, $1 - \sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 + 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -2

$\therefore x^2 - 2x - 2 = 0$

30. 실수 a, b 에 대하여 연산 $\circ$ 를 $a \circ b = ab - a - 2b - 3$ 이라고 할 때, $(x-2) \circ (x+3) = -3$ 을 만족하는 모든 x 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} & (x-2) \circ (x+3) \\ &= (x-2)(x+3) - (x-2) - 2(x+3) - 3 \\ &= x^2 - 2x - 13 \\ & x^2 - 2x - 13 = -3 \\ & x^2 - 2x - 10 = 0 \end{aligned}$$

따라서 만족하는 모든 x 의 값의 곱은 두 근의 곱과 같으므로 -10 이다.

31. 어떤 수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2배로 하였더니 제공한 것보다 35가 작게 되었다.
원래의 수 중 양수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

구하는 수를 x 라 하면

$$2x = x^2 - 35$$

$$(x + 5)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = 7 \quad (\because x > 0)$$

32. 지면으로부터 45m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 로 쏘아 올린 물로켓의 x 초 후의 높이는 $(45 + 40x - 5x^2)$ m 이다. 이 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 9 초

해설

지면에 떨어지므로 높이는 0m 이다.

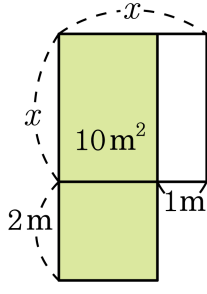
$$45 + 40x - 5x^2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x + 1)(x - 9) = 0$$

따라서 $x = 9$ 이다.

33. 정사각형 모양의 꽃밭을 가로는 1m 줄이고, 세로는 2m 늘였더니 넓이가 10m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

3

▷ 정답 : 3 3

해설

꽃밭의 한 변의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$(x-1)(x+2)=10$$

$$x^2+x-12=0$$

$$(x+4)(x-3)=0$$

$$x=-4 \text{ 또는 } x=3$$

$$\therefore x=3 \text{ (}\because x>0\text{)}$$

34. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

해설

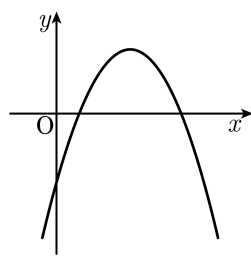
$$y = -x^2 + 2x - 3$$

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

35. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $ap + q < 0$ ② $aq - pq < 0$
③ $p^2 - q < 0$ ④ $a + pq > 0$
⑤ $a(p - q) > 0$



해설

$y = a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로
 $a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.
따라서 $ap + q < 0$ 이다.

36. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$

② $a < 5$

③ $a < -5$

④ $a > -5$

⑤ $a < 9$

해설

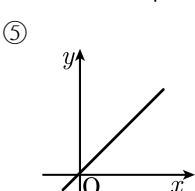
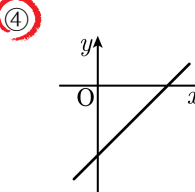
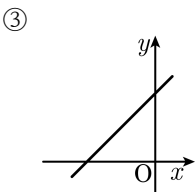
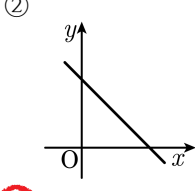
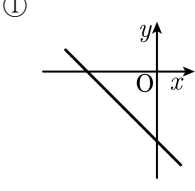
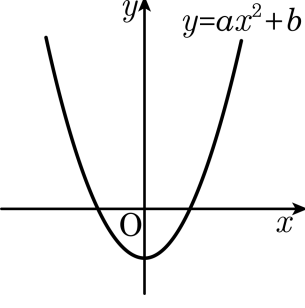
$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$$

$$\therefore a < 5$$

37. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + b$ 의 그래프는?



해설
 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

38. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$ 의 최솟값이 4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x - 1)^2 - 1 + k$$

최솟값이 4 이므로 $-1 + k = 4$

$$\therefore k = 5$$

39. x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은?
- ① $y = -4x^2 + 4x - 8$
- ② $y = 4x^2 - 4x + 8$
- ③ $y = -4x^2 + 4x + 8$
- ④ $y = -4x^2 - 4x + 8$
- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0), (q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나므로 꼭짓점의 좌표는

$$\left(-\frac{1}{2}, 9\right)$$

따라서 $y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

40. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

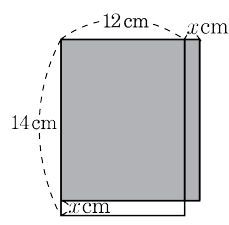
▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면
 $y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$
 $x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.
따라서 두 수는 $-5, 5$ 이다.

41. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}y &= (12 + x)(14 - x) \\&= -x^2 + 2x + 168 \\&= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\&= -(x - 1)^2 + 169\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

42. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채
꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

43. $x(x-3)=0$ 을 $(ax+b)^2=q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2-3x &= 0 \\x^2-3x+\frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a=1, b=-\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

44. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 4,$
 $xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2 = 3^2+6^2 = 45$ 이다.

45. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

46. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

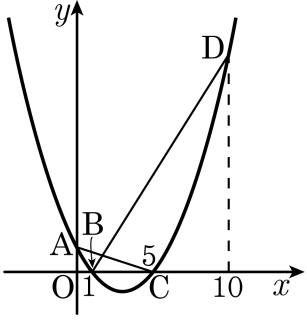
근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

47. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106
- ② 107
- ③ 108
- ④ 109
- ⑤ 110

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12$ 이다.

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

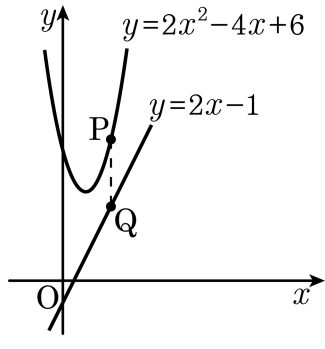
$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a$ 이다.

$5a = 6$, $a = \frac{6}{5}$, $b = -\frac{36}{5}$ 이다.

$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6$ 이므로 $D(10, 54)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$

48. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

49. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

50. 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,
 $y = x(16 - x)$
 $= -x^2 + 16x$
 $= -(x^2 - 16x)$
 $= -(x - 8)^2 + 64$
따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.