

1. $x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$ 이 이차방정식 일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$ 에서
 $(1 - a)x^2 - (3 + b)x + 1 = 0$
 $\therefore x^2$ 의 계수가 0 이 아니어야 하므로 $a \neq 1$

2. 다음 [보기] 에서 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

보기

$$x^2 - \text{}x + 36 = (x + \text{})(x - 12)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} & (x + \text{})(x - 12) \\ &= x^2 + (\text{} - 12)x - 12\text{} \\ &= x^2 - \text{}x + 36 \text{ 이므로} \\ & -12\text{} = 36 \quad \therefore \text{} = -3 \\ & -\text{}x = -15x, \quad \text{} = 15 \end{aligned}$$

3. 두 다항식 $4x^2 - 9$, $2x^2 - 5x + 3$ 의 인수 중에서 공통인 인수를 제외한 나머지 두 인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x + 2$

해설

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1)$$

공통인 인수를 제외한 나머지 인수는 $2x + 3$, $x - 1$ 이므로 합은 $3x + 2$ 이다.

4. $x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2$ 을 인수분해하였더니
 $(x + ay + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2 &= x^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2) \\&= x^2 - (y - 2z)^2 \\&= (x + y - 2z)(x - y + 2z)\end{aligned}$$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 2$ 이므로 $a + b + c = 1$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

① $3 - \sqrt{5}$

② $-3 - \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $-3 + \sqrt{5}$

⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

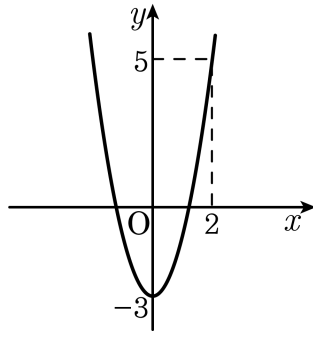
다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

6. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① (1, -2) ② $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ③ (-1, 1)
④ (-2, -5) ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$

해설

점 (2, 5) 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함수값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 포물선은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = -3x^2$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

8. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

9. 인수분해 공식을 이용하여 $\frac{1}{4} \times 42^2 - \frac{1}{4} \times 38^2$ 의 값을 구하고, 이용한 공식을 보기에서 모두 골라라.

- ㉠ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

㉥ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

㉦ $ma + mb = m(a + b)$

- ① ㉠, ㉢, 80

② ㉢, ㉤, 80

③ ㉢, ㉥, 80

④ ㉡, ㉥, 70

⑤ ㉡, ㉦, 70

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \times 42^2 - \frac{1}{4} \times 38^2 \\ &= \frac{1}{4} \times (42^2 - 38^2) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= \frac{1}{4} \times (42 + 38)(42 - 38) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \\ &= \frac{1}{4} \times 80 \times 4 = 80 \end{aligned}$$

10. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab}$$

$$= \frac{-(a+b)(a-b)}{ab}$$

$$= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$$a^2 - 7a + 1 = 0$$

$$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = 7$$

12. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면?

① $(2x + 1)(x + 2) = 0$

② $(2x - 1)(x + 2) = 0$

③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$

⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 이므로

$2x + 1 = 0$ 또는 $x - 2 = 0$ 이다.

따라서 구하는 이차방정식은 $2(2x + 1)(x - 2) = 0$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 + (x+2)^2 = 7x + 3$ 의 두 근이 $a, b(a > b)$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2bx - 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

전개하여 정리하면

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } \frac{1}{2}$$

두근이 $a, b(a > b)$ 이므로

$$a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$x^2 - 2bx - 2a = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$$3x^2 - 5x + a = 0 \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면}$$

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

15. 이차방정식 $(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 1

해설

$$(x-2)^2 = 5, x-2 = \pm\sqrt{5}, x = 2 \pm \sqrt{5}$$

따라서 두 근의 곱은 $(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$ 이다.

16. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

17. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

18. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

- ① -6 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ 6

해설

$2x^2 - 2x - 6 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -3$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = -\frac{1}{3}$$

19. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -2, 4 였고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 -5, 3 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15 = 0$$

상수항은 -8, 일차항의 계수는 2 이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

21. 가로와 세로의 길이가 3 : 4 이고, 넓이가 72cm^2 인 직사각형의 세로의 길이를 구하여라

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$ cm

해설

두 변의 길이를 각각 $3k$, $4k$ 라고 하면

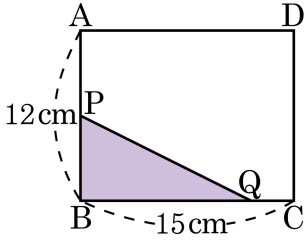
$$(3k) \times (4k) = 72, 12k^2 = 72, k^2 = 6, k = \pm\sqrt{6}$$

$$k > 0$$

$$\text{이므로 } k = \sqrt{6}$$

$$\therefore \text{세로의 길이는 } 4\sqrt{6}\text{cm}$$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B까지 매초 1cm의 속력으로, 점 Q는 점 B로부터 C까지 매초 2cm의 속력으로 움직이고 있다. P, Q가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 36cm^2 가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 6초

해설

$$\begin{aligned} t\text{초 후 } \overline{BP} &= 12 - t, \overline{BQ} = 2t \\ \triangle PBQ &= \frac{1}{2} \times 2t \times (12 - t) = 36 \\ \therefore t &= 6 \end{aligned}$$

23. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

24. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(-3, 9)$ 을 지난다.
- ② 아래로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ⑤이 답이다.

25. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

26. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$\begin{aligned}(4x^2 - 1)(x^2 - 1) &= (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1) \\ \therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

27. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = -2$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \\ &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + ax + b) \\ &= x^4 + (a - 3)x^3 + (b - 3a)x^2 + (-3b + 2a)x + 2b \\ &2b = 1, \therefore b = \frac{1}{2} \\ &b - 3a + 2 = 1, \therefore a = \frac{1}{2} \\ &\therefore A = a - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2} \\ &\therefore B = -3b + 2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \\ &\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \text{ 이라 하면} \\ & f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) \text{ 라 쓸 수 있다.} \\ & f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0 \\ & f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0 \\ & A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2} \\ & \therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

28. $50\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 50 \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \right\} \\ &\cdots \left\{ \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 + \frac{1}{9}\right) \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 + \frac{1}{10}\right) \right\} \\ &= 50 \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \times \\ &\cdots \left(\frac{7}{8} \times \frac{9}{8} \right) \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{10}{9} \right) \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$