

1. 이차방정식 $ax^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+a}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3} \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

2. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

3. 이차방정식 $(x+2)^2 - 8 = 2(x+2)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2-2t-8=0$$

$$(t-4)(t+2)=0$$

$$t=4 \text{ 또는 } t=-2$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-4$$

$$\therefore \alpha\beta=2 \times (-4) = -8$$

4. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 4 = 1$

6. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, mn 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -1$,
 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + \beta - 2)x + (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) = 0$,
 $x^2 - (-3 - 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$,
 $x^2 + 5x + 3 = 0$,
 $m = 5, n = 3$,
 $\therefore mn = 15$

7. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 알맞게 구한 것은? (단, 두 근의 합과 곱은 모두 유리수)

① $a = 2, b = -4$

② $a = 4, b = 4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -4$

⑤ $a = -2, b = -4$

해설

한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$

$$\text{두 근의 곱은 } \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}\right) \times \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{a}$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{a}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{두 근의 합은 } \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{b}{a}$$

$$-1 = -\frac{b}{4}$$

$$\therefore b = 4$$

8. 이차방정식 $x^2 - kx + k - 1 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면
 $\alpha + \alpha + 3 = k, \alpha(\alpha + 3) = k - 1$
 $2\alpha = k - 3, \alpha = \frac{k-3}{2}$ 이므로
 $\frac{k-3}{2} \left(\frac{k-3}{2} + 3 \right) = k - 1$
 $(k-3)(k+3) = 4k - 4$
 $k^2 - 4k - 5 = 0$
 $(k-5)(k+1) = 0$
 $\therefore k = 5, -1$
 $\therefore 5 + (-1) = 4$

9. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -3 , 8 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 4 , 6 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 12$

해설

$$(x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24 = 0$$

상수항은 -24 , 일차항의 계수는 -10 이므로

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$(x-12)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 12 \text{ 또는 } x = -2$$

10. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개 일 때, 대각선이 모두 65개인 다각형은?

① 십각형

② 십일각형

③ 십이각형

④ 십삼각형

⑤ 십사각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 65$$

$$n^2 - 3n - 130 = 0$$

$$(n+10)(n-13) = 0$$

$$\therefore n = 13 (\because n > 0)$$

11. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 60 이 작다. 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

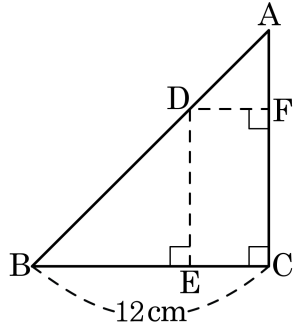
▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면
 $(x+1)^2+60=(x-1)^2+x^2$ 이므로
 $x^2+2x+61=2x^2-2x+1$
 $x^2-4x-60=0$
 $(x+6)(x-10)=0$
따라서 $x=10$ (x 는 자연수) 이다.
세 자연수는 9, 10, 11 이다.

12. 한 변의 길이가 12cm 인 직각이등변삼각형에서 빗변 AB 위의 한 점 D 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하고 $\triangle DBE$ 와 $\square DECF$ 의 넓이가 같다고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는? (단, $\angle BDE = 45^\circ$)



- ① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\overline{BE} = x$ cm 라 하면 $\overline{DE} = x$ cm , $\overline{CE} = (12 - x)$ cm

$\triangle DBE = \square DECF$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times x \times x = x(12 - x)$$

$$3x^2 - 24x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ cm} (\because x > 0)$$

13. 밑변의 길이와 높이가 같은 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이를 4 cm 늘이고, 높이를 6 cm 늘였더니, 그 넓이가 처음 삼각형의 넓이의 2 배가 되었다. 이 때, 처음 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 72cm²

해설

$$\frac{1}{2}(x+4)(x+6) = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times x \times x\right)$$

$$x^2 + 10x + 24 = 2x^2$$

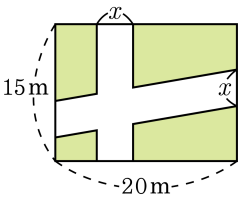
$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\therefore x = 12 (\because x > 0)$$

$$\text{따라서 처음 삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72(\text{cm}^2)$$

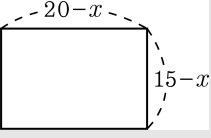
14. 다음 그림과 같이 가로 20 m, 세로 15 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?

- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m



해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면
 $(20 - x)(15 - x) = 176$
 $x^2 - 35x + 124 = 0$
 $x = 31$ 또는 $x = 4$
 $x < 15$ 이므로 $x = 4$

15. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

- ㉠ $y = x(x - 1) - x^2$
㉡ 분속 x m 로 200m 달릴 때 걸린 시간 y 분
㉢ 한 변의 길이가 각각 x cm, $(5 - x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은 y cm²
㉤ 넓이가 y cm² 인 삼각형의 밑변의 길이 x cm , 높이 4xcm
㉥ 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴의 넓이 y cm²

- ① ㉠,㉡,㉢
② ㉡,㉢,㉤
③ ㉡,㉢,㉥
④ ㉠,㉢,㉥
⑤ ㉢,㉤,㉥

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

- ㉠ $y = -x$ (일차함수)
㉡ (시간) = $\frac{\text{거리}}{\text{속력}} \therefore y = \frac{200}{x}$ (분수함수)
㉢ $y = x^2 + (5 - x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$ (이차함수)
㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$ (이차함수)
㉥ $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$ (이차함수)

16. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

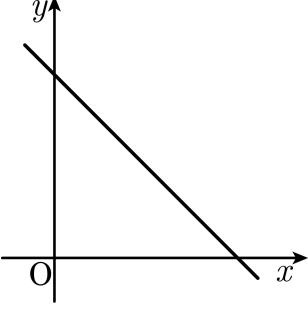
▶ 답 :

▷ 정답 : -14

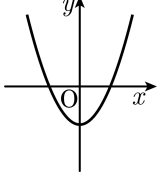
해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1) f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

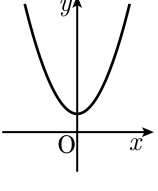
17. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



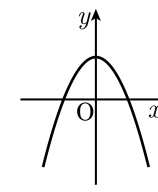
①



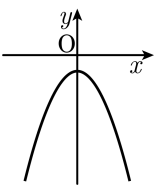
②



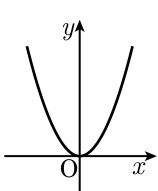
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0, b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 맞지 않는 것은?

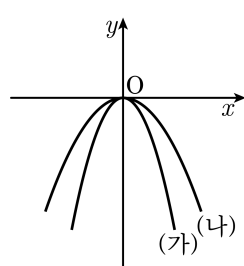
① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$



해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나)의 식으로 맞지 않는다.

19. $y = 3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이 되도록 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 3(x+2)^2 + 1$

② $y = 3(x+2)^2 - 1$

③ $y = 3(x-2)^2 + 1$

④ $y = 3(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = 3(x-1)^2 - 2$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이 되도록 평행이동한 포물선의 식은 $y = 3(x-2)^2 + 1$ 이다.

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 8mx + 10m^2 - 11m + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = -3x + 5$ 위에 있을 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -\frac{1}{2}$

▷ 정답 : $m = 3$

해설

$$y = 2x^2 - 8mx + 10m^2 - 11x + 2$$
$$= 2(x - 2m)^2 + 2m^2 - 11m + 2$$

꼭짓점 $(2m, 2m^2 - 11m + 2)$ 가 직선 $y = -3x + 5$ 위에 있으므로

$$2m^2 - 11m + 2 = -6m + 5$$

$$2m^2 - 5m - 3 = 0$$

$$(2m + 1)(m - 3) = 0$$

$$m = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } m = 3$$

21. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

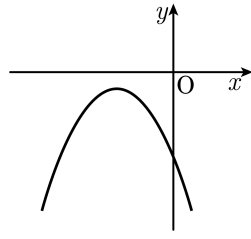
▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

22. 이차함수 $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호로 알맞은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q > 0$
 ③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a < 0, p = 0, q < 0$
 ⑤ $a < 0, p > 0, q = 0$

해설

$y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $-a < 0, a > 0$ 이고 꼭짓점의 좌표가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p < 0$ 이고 $-q < 0, q > 0$ 이다.

23. 다음 중 주어진 조건을 모두 만족하는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

보기

- ㉠ 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은 제 4 사분면 위에 있다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉣ y 절편이 양수이다.

- ① $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$
- ② $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$
- ③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$
- ④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$
- ⑤ $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$

해설

- ㉠ 에서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 이다.
 - ㉡ 꼭짓점의 x 좌표가 양수, y 좌표가 음수이다.
 - ㉢ 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이다.
 - ㉣ y 절편이 양수이다.
- 이 조건을 만족하는 이차함수식은 ①이다.

24. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 y 의 값의 범위가 $y \leq 2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + k = -2(x-1)^2 + k + 2 \\ k + 2 &= 2 \\ \therefore k &= 0 \end{aligned}$$

25. 포물선 $y = x^2 + bx + c$ 를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(3, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c,$$

$$y = \left(x + \frac{b}{2} - 4\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c - 3,$$

$$\text{꼭짓점}\left(-\frac{b-8}{2}, -\frac{b^2}{4} + c - 3\right) = (3, -1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{b-8}{2} = 3, b = 2,$$

$$\text{따라서 } -\frac{b^2}{4} + c - 3 = -1 \text{ 이므로 } c = 3 \text{ 이다.}$$

26. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

27. 포물선 $y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은

$-2x^2 + 4x + 6 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$A(3, 0), B(-1, 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

28. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

- ① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

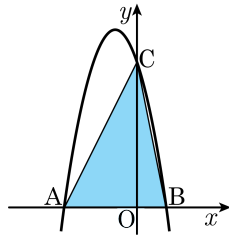
해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

29. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

i) 점 A, B 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 x 절편이므로 $y = 0$ 이라 할 때

$$-x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

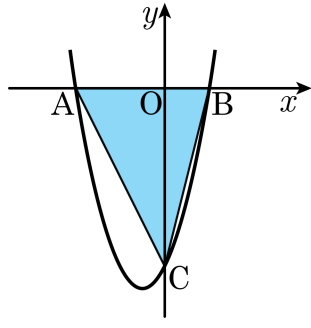
따라서 A 의 좌표는 $(-5, 0)$ 이고 B 의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

ii) 점 C 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 y 절편이므로 $x = 0$ 이라 하면 $y = 10$ 이다.

따라서 C 의 좌표는 $(0, 10)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 35$$

30. 다음 그림의 포물선은 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 48

해설

C(0, -8)

$y = 0$ 을 대입하면

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

A(-4, 0), B(2, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$