

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2 + 3x - 4 = 0$

② $4x^2 - 2x + 1 = x^2 - 5$

③ $3x^2 - x + 2 = 2x^2 - 7x$

④ $\frac{1}{5}x^2 - 3 = 5$

⑤ $2x^2 - 1 = (x - 1)(2x + 3)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

⑤ $2x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$, $x - 2 = 0$: 일차방정식

2. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

3. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$2x^2 - 9x + 9 = 0, \quad 4x^2 - 8x + 3 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$2x^2 - 9x + 9 = 0$
 $(x - 3)(2x - 3) = 0$
 $x = 3 \quad \text{또는} \quad x = \frac{3}{2}$
 $4x^2 - 8x + 3 = 0$
 $(2x - 3)(2x - 1) = 0$
 $x = \frac{3}{2} \quad \text{또는} \quad x = \frac{1}{2}$

4. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$x = 2 \pm \sqrt{7}$ 이므로 $a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$

5. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 23

⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$$\therefore A = 10$$

6. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(x-4)(x-4)=0$
- ㉡ $x^2-4x=0$
- ㉢ $x^2+9=6x$
- ㉣ $2x^2+12x=-9$
- ㉤ $(x-1)(x+1)=12x^2-5x$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 증근을 가지려면 $(ax+b)^2=0$ 이다.
㉠ $x=4$ (증근)
㉢ $x^2+9=6x$
 $x^2-6x+9=0 \Leftrightarrow (x-3)^2=0$
 $\therefore x=3$ (증근)

7. 이차방정식 $3x^2 - (k-2)x + m = 0$ 의 두 근의 곱이 1, 합이 -2 일 때, 실수 k, m 에 대하여 km 의 값은?

① 6

② 12

③ -6

④ -12

⑤ 3

해설

$$\text{두 근의 곱 : } 1 = \frac{m}{3}$$

$$\therefore m = 3$$

$$\text{두 근의 합 : } -2 = \frac{k-2}{3}$$

$$\therefore k = -4$$

$$\therefore km = (-4) \times 3 = -12$$

8. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$(x+3)^2 = x+8, x^2 + 5x + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha\beta \\ &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

10. $n-1$ 명의 사람 중에 2 명의 요리사를 뽑는 경우는 $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ 이다.
어느 음식점의 요리사 중 2 명을 뽑는 경우의 수가 21 가지일 때, 이
음식점의 요리사의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8 명

해설

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} = 21 \text{ 이므로}$$
$$n^2 - 3n - 40 = 0$$
$$(n-8)(n+5) = 0$$
$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 8 \text{ (명)이다.}$$

11. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 점 (3, 6) 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 3a + 3 = 6, \quad 21 - 3a = 6 \\ \therefore a = 5$$

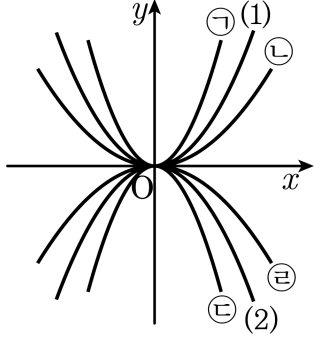
12. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

- ① 원점을 지난다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

13. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \cdots (1)$, $y = -x^2 \cdots (2)$ 이다. 이 때, $y = -\frac{3}{5}x^2$ 의 그래프로 적당한 것은?



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉔

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 보다 폭이 넓다.

14. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 짝지은 것이 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표 : (1, 4) , 축의 방정식 : $x = 1$
 - ② 꼭짓점의 좌표 : (2, -1) , 축의 방정식 : $x = 2$
 - ③ 꼭짓점의 좌표 : (-1, -3) , 축의 방정식 : $x = -1$
 - ④ 꼭짓점의 좌표 : (-1, 4) , 축의 방정식 : $x = -1$
 - ⑤ 꼭짓점의 좌표 : $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$, 축의 방정식 : $x = 1$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) , 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

$y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{2}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

15. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

16. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$
- ㉡ $y = 2x^2 - x$
- ㉢ $y = -(2 + x)(2 - x) + 3$
- ㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$
- ㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1 + x^2)$
- ㉥ $y = -(1 - x)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ 2 ㉢ 1 ㉣ 1 ㉤ 1 ㉥ 1

따라서 폭이 같은 것은 ㉢,㉣,㉤,㉥이다.

17. 이차함수 $y = -4x^2 + 8x - 4$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표는?

- ① (1, 0) ② (-1, 0) ③ (0, 1)
④ (2, 0) ⑤ (-2, 0)

해설

$y = 0$ 을 대입하면
 $-4x^2 + 8x - 4 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$
 $x = 1$
 $\therefore (1, 0)$

18. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

⑤ $0 < a < 3$

해설

$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3$, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -a + 3)$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

19. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x + 1)(x - 2) = 3x^2 - 3x - 6$$

20. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못 된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

21. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

② $(2x + 3)(x - 3) = 0$

③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 을 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

22. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$
 $x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$
 $x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=12$
따라서 $a+b=11$ 이다.

23. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 가 $x = 4$ 를 해로 가질 때, 다른 해를 구하면?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$x = 4$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이므로 대입하면 $16 - 8 + a = 0$ $\therefore a = -8$

$x^2 - 2x - 8 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4, -2$ 이므로 다른 해는 $x = -2$

24. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의
합은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$a = -1$ 또는 $a = 2$,

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

25. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m 은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$2(x+k)^2 = m, (x+k)^2 = \frac{m}{2}$$

$$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore k = -4, m = 10$$

$$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$$

26. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$3x^2 - 8x + 1 = 0$

- ① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$
- ② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$
- ③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$
- ④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$
- ⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3},$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.}$$

27. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6xy + 9y^2 + x - 3y = 6$ 이 성립하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(x - 3y)^2 + (x - 3y) - 6 = 0$ 에서 $x - 3y = X$ 로 치환 하면
 $X^2 + X - 6 = 0$
 $(X + 3)(X - 2) = 0$
 $(x - 3y + 3)(x - 3y - 2) = 0$
 $x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 을 대입하면
 $(a - 3 + 3)(a - 3 - 2)$, $a(a - 5) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 5$
 $\therefore 0 + 5 = 5$

28. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, \quad k = 7$$

29. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 양의 정수를 x , $x + 3$ 이라 하면
 $x(x + 3) = 108$, $x^2 + 3x - 108 = 0$
 $(x + 12)(x - 9) = 0$
 $x = -12$ 또는 $x = 9$
 x 는 양수이므로
 $x = 9$, $x + 3 = 12$
 $\therefore 9 + 12 = 21$

30. 지면에서 초속 40m 의 속도로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 이다. 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 6 초 후

③ 7 초 후

④ 8 초 후

⑤ 9 초 후

해설

지면에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

$$0 = 40t - 5t^2, \quad t^2 - 8t = 0 \rightarrow t(t - 8) = 0$$

$t > 0$ 이므로 $t = 8$

$\therefore$ 8 초 후

31. 함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

32. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times (1)^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9 \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
 $a = -3$, $b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

33. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하였더니 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지났다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ㉠

$\frac{1}{2}$

㉡

$-\frac{1}{4}$

㉢

2

㉣

-2

㉤

-3

㉥

$\frac{9}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프는 제 3, 4 사분면만 지나므로 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지나려면 y 축의 윗방향으로 이동해야 한다. 따라서 $a > 0$ 이 되어야 하므로 a 의 값이 될 수 없는 것은 $-\frac{1}{4}, -2, -3$ 이다.

34. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x > 3$

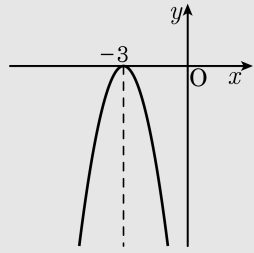
③ $x < -3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

35. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned} y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 \\ &= x^2 - 2x + 2 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

36. 이차함수 $y = 3x^2 - 2kx + 4k$ 의 그래프가 k 의 값에 관계없이 항상 지나는 점과 (3, 14) 를 잇는 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 3x^2 - 2kx + 4k$ 를 k 에 대해 정리하면

$$(4 - 2x)k + 3x^2 - y = 0$$

이 식이 k 에 관한 항등식이므로

$$4 - 2x = 0, 3x^2 - y = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 12$$

따라서 점 (2, 12) 와 점 (3, 14) 를 잇는 직선의 기울기는

$$\frac{14 - 12}{3 - 2} = 2 \text{ 이다.}$$

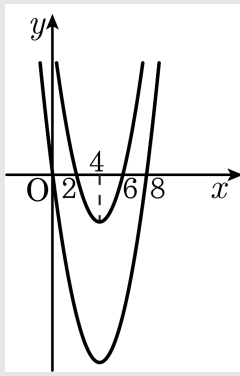
37. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2, 0), (6, 0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0, 0), (8, 0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x - 8) = x^2 - 8x$

이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

38. 축의 방정식이 $x = 4$ 이고, 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 지나는 포물선의 y 절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y = a(x - 4)^2 + q$ 에 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a + q = -10, a + q = -4$$

$$\therefore a = -2, q = -2$$

$$y = -2(x - 4)^2 - 2 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면 } y = -34$$

39. 세 점 $(0, 6)$, $(-1, 0)$, $(1, 8)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$

② $y = 2x^2 + 4x + 6$

③ $y = -2x^2 - 4x + 6$

④ $y = -2x^2 + 4x + 6$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,

$(0, 6)$ 을 지나므로 $c = 6$

$(-1, 0)$ 을 대입하면 $0 = a - b + 6, a - b = -6$

$(1, 8)$ 을 대입하면 $8 = a + b + 6, a + b = 2$

$\therefore a = -2, b = 4, c = 6$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

40. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

41. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ㉠ $\frac{5}{2}$ ㉡ $\frac{15}{2}$ ㉢ $\frac{25}{2}$ ㉣ $\frac{31}{5}$ ㉤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

42. 지상 40m 높이에서 $v\text{m/s}$ 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 $h\text{m}$ 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 85 m

해설

$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$

이므로 $v = 30$ 이다.
따라서 최고 높이는 85m 이다.

43. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,
방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$ 의 값을
구하여라. (단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.
따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면
 $(2x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ ($\because -2 \leq x < -1$)
따라서 $a = 3, b = 2$ 이므로 $a+b = 5$ 이다.

44. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

45. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

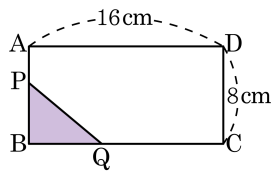
▶ 답 : 명

▶ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
 $x(x - 7) = 30$
 $x^2 - 7x - 30$
 $(x - 10)(x + 3) = 0$
 $\therefore x = 10$ ($\because x$ 는 자연수)

46. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 15 cm^2 가 되는지 모두 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3초

▶ 정답 : 5초

해설

x 초 후 $\overline{BP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

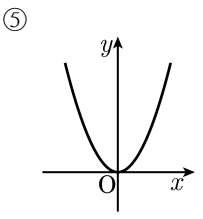
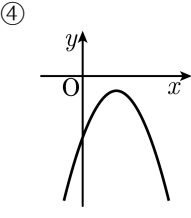
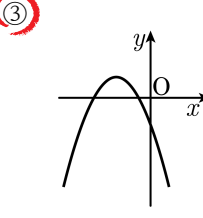
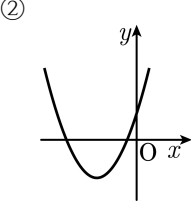
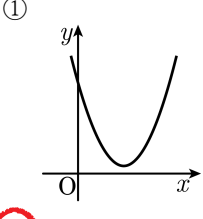
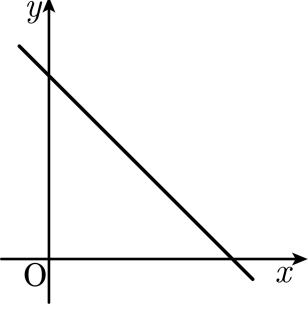
$$\Delta PBQ = 2x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x-3)(x-5) = 0$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = 5$ 이다.

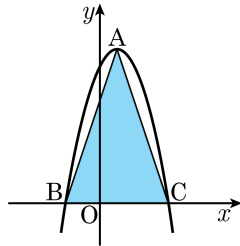
47. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

48. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

이차함수식의 x 절편은

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{에서}$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

$$B(-2, 0), C(4, 0)$$

$$y = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x - 1)^2 + 9$$

$$\therefore A(1, 9)$$

$$\text{따라서 넓이는 } 6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27 \text{ 이다.}$$

49. $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

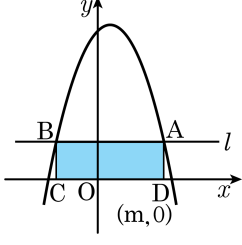
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 1)^2 + 1 \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 1 \\&= ax^2 - 2ax + a + 1 \\a + 1 &= 2, \quad a = 1 \\y &= (x - 1)^2 + 1 \\p &= 1, q = 1 \\\therefore apq &= 1\end{aligned}$$

50. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ① $\frac{11}{2}$
- ② $\frac{31}{4}$
- ③ 10
- ④ $\frac{49}{4}$
- ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$

(□ABCD둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.