1. 이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$
이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하므로
$\frac{D}{4}=a^2-(4a+5)<0$
$a^2-4a-5<0$, $(a-5)(a+1)<0$
$\therefore -1<a<5$
따라서 정수 a는 0, 1, 2, 3, 4이다.

2. 좌표평면 위의 두 점 P(a, 3), Q(1, a)에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $2a^2 - 8a + 10 = 2$

$2a^2 - 8a + 8 = 0$, $a^2 - 4a + 4 = 0$, $(a-2)^2 = 0$

$\therefore\ a = 2$

3. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: ______ 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots$ ㉠

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

4. 세 직선 $l: y=-\frac{1}{2}x+4$, $m: x+2y-2=0$, $n: 2x-y+4=0$ 에 대한 다음<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 두 직선 l 과 m 은 평행하다.

㉡ 두 직선 m 과 n 은 수직이다.

㉢ 두 직선 l 과 n 은 수직이다.

① ㉠　② ㉢　③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$l: y=-\frac{1}{2}x+4$

$m: x+2y-2=0 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}x+1$

$n: 2x-y+4=0 \Leftrightarrow y=2x+4$

㉠ 두 직선 l 과 m 은 기울기는 같고 y 절편은 다르므로 평행하다. (참)

㉡ 두 직선 m 과 n 의 기울기의 곱은 $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2=-1$ 이므로 수직이다. (참)

㉢ 두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱은 $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2=-1$ 이므로 수직이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

5. 함수 $f(x) = ax + 1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 0)$ ② $(1, 1)$ ③ $(0, 1)$
④ $(-1, 0)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

함수 $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는
a 의 값에 관계없이 점$(0,\ 1)$ 을 지나는 직선이다.

6. 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점 $(a,\ b)$와 직선 $x - y + 1 = 0$ 사이의 거리가 최소가 될 때, $4(a+b)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(a,\ b)$가 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점이고,
또 점$(a,\ b)$와 직선 사이의 거리를 l이라 하면,
$a = b^2 + 1 \cdots\cdots$ ㉠
$l = \dfrac{|a - b + 1|}{\sqrt{2}} \cdots$ ㉡
㉠를 ㉡에 대입하면
$$l = \frac{|b^2 - b + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left|\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\right|}{\sqrt{2}}$$
$\therefore\ b = \dfrac{1}{2}$일 때 l이 최소가 된다.
따라서 $a + b = \dfrac{5}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{4}$이므로
$\therefore\ 4(a+b) = 7$

7. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0,0)$, $(2,6)$, $(6,3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2\cdot 3-6\cdot 6|=15$

8. $ax^2 + bx + 10 > 0$의 해가 $-2 < x < 5$가 되도록 하는 a, b에 대하여 $a + b$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$-2 < x < 5 \Leftrightarrow (x+2)(x-5) < 0$
$x^2 - 3x - 10 < 0 \cdots$ ①
한편 $ax^2 + bx + 10 > 0$의 양변에 -1을 곱하면,
$-ax^2 - bx - 10 < 0 \cdots$ ②
①과 ②의 계수를 비교하면 $a = -1, b = 3$
$\therefore a + b = -1 + 3 = 2$

9. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 범위를 구하면 $a \leq k$이다. 이 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

ⅰ) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1,\ a < 2$

ⅱ) $f(1) > 0, \quad 1 - a + 9 > 0, \quad a < 10$

ⅲ) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0,\ \ a \geq 6,\ \ a \leq -6$

따라서 ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

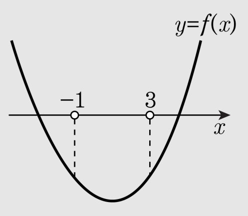
10. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k<0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0$, $f(3) \le 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \le 0$, $k+3 \le 0$
$\therefore k \le -3$
(ii) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \le 0$, $9k+3 \le 0$
$\therefore k \le -\frac{1}{3}$
(i), (ii) 에서 $k \le -3$
따라서, 실수 k의 최댓값은 -3 이다.

11. 세 꼭지점이 A$(-2, 1)$, B$(2,\ 3)$, C$(3, -2)$로 주어지는 삼각형의 외심의 좌표는?

① $\left(\frac{2}{11},\ \frac{2}{11}\right)$　② $\left(\frac{10}{3},\ \frac{2}{3}\right)$　③ $\left(1,\ \frac{2}{11}\right)$
④ $\left(\frac{10}{11},\ \frac{12}{11}\right)$　⑤ $\left(\frac{10}{11},\ \frac{2}{11}\right)$

해설

외심이란 세변의 수직이등분선의 교점이므로 세 변 중 두변의 수직이등분선의 교점도 삼각형의 외심이다. 우선, 선분 AB 중점의 좌표를 구하면 $(0,\ 2)$이고, 직선 AB 기울기는 $\frac{1}{2}$이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 -2

$\therefore$ 기울기가 -2이고, 중점 $(0,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y=-2x+2 \cdots$ ㉠

선분 AC 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$이고, 직선 AC의 기울기가 $-\frac{3}{5}$이므로 선분 AC 수직이등분선의 기울기는 $\frac{5}{3}$

$\therefore$ 기울기가 $\frac{5}{3}$이고, 중점 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$를 지나는 직선의 방정식은 $y=\frac{5}{3}x-\frac{4}{3} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 연립하여 풀면, $x=\frac{10}{11}$, $y=\frac{2}{11}$

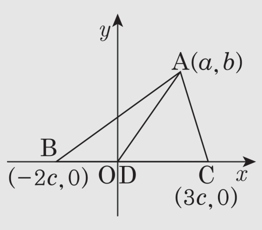
따라서 외심의 좌표 : $\left(\frac{10}{11},\ \frac{2}{11}\right)$

12. $\triangle$ABC 에서 변 BC 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 D 라 할 때, $3\overline{\mathrm{AB}}^2 + 2\overline{\mathrm{AC}}^2 = k\left(3\overline{\mathrm{AD}}^2 + 2\overline{\mathrm{DC}}^2\right)$ 을 만족시키는 상수 k 의 값은?

① $\frac{2}{3}$　　② $\frac{3}{2}$　　③ $\frac{3}{5}$　　④ $\frac{5}{3}$　　⑤ 5

해설

다음 그림과 같이 변 BC를 x축 위에, 점 D를 원점이 되도록 좌표축을 정하고, 세 꼭짓점의 좌표를 각각 A(a, b), B$(-2c, 0)$, C$(3c, 0)$ 이라 하면



$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (a+2c)^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 4c^2 + 4ca$

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = (a-3c)^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 9c^2 - 6ca$

$\therefore 3\overline{\mathrm{AB}}^2 + 2\overline{\mathrm{AC}}^2 = 5(a^2 + b^2 + 6c^2) \cdots$ ㉠

또한 $\overline{\mathrm{AD}}^2 = a^2 + b^2$, $\overline{\mathrm{DC}}^2 = 9c^2$

$\therefore 3\overline{\mathrm{AD}}^2 + 2\overline{\mathrm{DC}}^2 = 3(a^2 + b^2 + 6c^2) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $3\overline{\mathrm{AB}}^2 + 2\overline{\mathrm{AC}}^2 = \frac{5}{3}\left(3\overline{\mathrm{AD}}^2 + 2\overline{\mathrm{DC}}^2\right)$

$\therefore k = \frac{5}{3}$

13. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 G(2, −1) 이고 세 변 AB, BC, CA 를 2 : 1 로 내분하는 점이 각각 $\mathrm{P}(a, 3)$, $\mathrm{Q}(-2, -2)$, $\mathrm{R}(5, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: −1

해설

삼각형 ABC 의 무게중심과 삼각형 PQR 의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR 의 무게중심의 좌표는

$\left(\dfrac{a-2+5}{3}, \dfrac{3-2+b}{3}\right)$ 이므로

$\dfrac{a+3}{3}=2$ 에서 $a=3$

또 $\dfrac{1+b}{3}=-1$ 에서 $b=-4$

$\therefore\ a+b=-1$

14. 두 정점 A(1, 2), B(−3, 0)으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

① $y=2x+1$ ② $y=2x-1$ ③ $y=-2x+1$

④ $y=-2x-1$ ⑤ $y=-x+2$

해설

구하는 점을 $P(x, y)$ 라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$ 이므로

$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x+3)^2+y^2}$

양변을 제곱해서 정리하면

$-8x-4y-4=0$, $-4y=8x+4$

$\therefore\ y=-2x-1$

해설

두 점으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분이다.

$\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고

$\overline{AB}$ 의 중점$(-1, 1)$ 을 지난다.

$\therefore\ y-1=-2(x+1)$

$\therefore\ y=-2x-1$

15. 세 점 A(4, -5), B(-5, 2), C(-8, 3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $\triangle$ABC에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2$의 값이 최소가 될 때, 점 P의 좌표는?

① (-3, -3) ② (-3, 0) ③ (0, 0)
④ (3, 0) ⑤ (3, 3)

해설

P(x, y)라 하면

$\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2$

$=(x-4)^2+(y+5)^2+(x+5)^2+(y-2)^2+(x+8)^2+(y-3)^2$

$=3(x+3)^2+3y^2+116$

따라서 $x=-3$, $y=0$일 때, $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2$은 최소가 된다.

16. A $(1, 1)$, B $(-2, -3)$, C $(k, k+1)$ 이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
$\overline{\mathrm{AB}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \quad \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$\Rightarrow \quad \therefore \ k = 4$

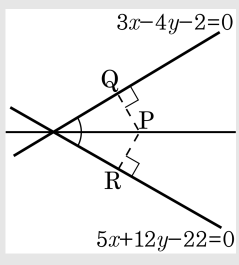
17. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $P(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이므로

$\dfrac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

18. 점 $(a,\ b)$가 직선 $2x-y-2=0$ 위를 움직일 때, 점 $(a,\ a+b)$의 자취의 방정식은?

① $y=3x-2$　② $y=4x-3$　③ $y=5x-4$
④ $y=6x-5$　⑤ $y=7x-6$

해설

$x=a\cdots$ ㉠
$y=a+b\cdots$ ㉡ 에서
a, b 를 소거한다.
점 (a,b)가 직선 $2x-y-2=0$ 위를
움직이므로 $2a-b-2=0$
$\therefore b=2a-2$ 이것을 ㉡에 대입하면
$y=3a-2$
$\therefore y=3x-2$ ($\because$ ㉠)

19. <보기> x에 대한 부등식 $ax^2+4ax+5a>0$의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

> **보기**
>
> ㉠ $a>0$일 때 해는 모든 실수이다.
> ㉡ $a=0$일 때 해는 $x=0$뿐이다.
> ㉢ $a<0$일 때 해는 없다.

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2+4ax+5a>0$에서
$a(x^2+4x+5)>0,\ a\{(x+2)^2+1\}>0$
㉠ $a>0$일 때 $(x+2)^2+1>0$ $\therefore$ 모든 실수
㉡ $a=0$일 때 $0\cdot\{(x+2)^2+1\}>0$ $\therefore$ 해는 없다.
㉢ $a<0$일 때 $(x+2)^2+1<0$ $\therefore$ 해는 없다.

20. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 이차부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$의 해를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$　　② $x \le -1$　　③ $x \ge 1$

④ $x \le 1$　　⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$에서

$([x]-2)(2[x]+3) < 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < [x] < 2$

$-1 \le [x] < 2 \quad \therefore -1 \le x < 2$

21. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 실근을 α, β $(\alpha < \beta)$라 하고, 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$의 모든 해가 $\sqrt{2} \leq x < 3$의 범위 안에 있을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

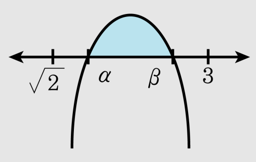
ㄴ. $ac > 0$

ㄷ. $4a + c < 2b$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

해설

주어진 조건이 성립하려면 다음 그림과 같이
$a < 0$, $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta < 3$을 만족하여야 한다.



ㄱ. $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta$에서 $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

ㄴ. $\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$이므로 $ac > 0$이다.

ㄷ. $f(-2) = 4a - 2b + c < 0$에서 $4a + c < 2b$

22. 부등식 $x^2 - 4x + 3 > 0$과 $2x^2 + (a-8)x - 4a < 0$을 동시에 만족하는 정수인 x의 값이 0뿐 일 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $0 \le a \le 2$　　② $0 \le a < 2$　　③ $0 < a \le 2$

④ $-1 < a \le 0$　　⑤ $-1 \le a < 0$

해설

$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3) > 0$

$\therefore\ x > 3$ 또는 $x < 1 \cdots$①

$2x^2 + (a-8)x - 4a$

$= (2x+a)(x-4) < 0$

한편, 만족하는 해가 0뿐이므로

$-\frac{a}{2} < 4$

$\therefore\ -\frac{a}{2} < x < 4 \cdots$②

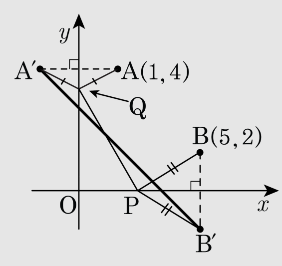
①과 ②에 의하여 $-1 \le -\frac{a}{2} < 0$

$\therefore\ 0 < a \le 2$

23. 두 점 $\mathrm{A}(1,4), \mathrm{B}(5,2)$에 대하여 점 P는 x축 위를 움직이고 점 Q는 y축 위를 움직일 때, $\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구하면?

① $2\sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{2}$　④ $5\sqrt{2}$　⑤ $6\sqrt{2}$

해설

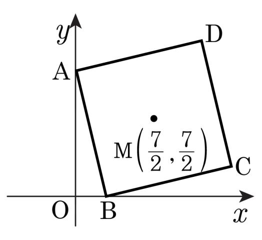


다음 그림과 같이 점 A를 y축에 대하여
대칭이동한 점을 A′, 점 B를
x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라고 하면
$\mathrm{A}'(-1,4), \mathrm{B}'(5,-2)$

$$\therefore \overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{A'Q}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{B'P}}$$
$$\geq \overline{\mathrm{A'B'}}$$
$$= \sqrt{(5+1)^2+(-2-4)^2}$$
$$= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

따라서 구하는 최솟값은 $6\sqrt{2}$이다.

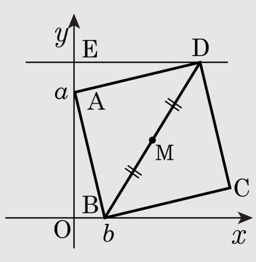
24. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD가 있다. 정사각형 ABCD의 중심 M의 좌표가 $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$일 때, $\triangle$OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

다음 그림과 같이 두 점 A, B의 좌표를 A$(0, a)$, B$(b, 0)$이라 하고 점 D를 지나면서
x축에 평행한 직선이 y축과 만나는 점을 E라 하면 $\triangle OAB \equiv \triangle EDA$
따라서 $\overline{AE} = \overline{BO} = b, \overline{DE} = \overline{AO} = a$ 이므로 D$(a, a+b)$
이 때, 점 M은 선분 BD의 중점이므로
$M\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$



즉, $\frac{a+b}{2} = \frac{7}{2}$에서 $a+b=7$
또, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 5이므로
$\triangle$OAB에서 피타고라스의 정리에 의하여
$\sqrt{a^2+b^2} = 5, a^2+b^2 = 25$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{4}\left\{(a+b)^2 - \left(a^2+b^2\right)\right\}$$
$$= \frac{1}{4}\left(7^2 - 25\right) = 6$$

25. $\triangle$ABC의 꼭짓점 A의 좌표가 $(5, 6)$이고 무게중심 G의 좌표가 $(3, 4)$일 때, 변 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점의 좌표는?

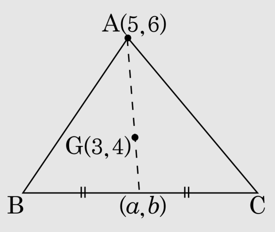
① $(1,\ 2)$　② $(2,\ 5)$　③ $(2,\ 3)$
④ $(3,\ 4)$　⑤ $(4,\ 5)$

해설

무게중심은 중선을 2 : 1로 내분한다.

$\therefore\ \mathrm{G}\left(\dfrac{2a+5}{2+1},\ \dfrac{2b+6}{2+1}\right) = (3,\ 4)$

$\therefore\ a = 2,\ b = 3$



26. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선의 기울기가 2이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$의 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$의 값은?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4 \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

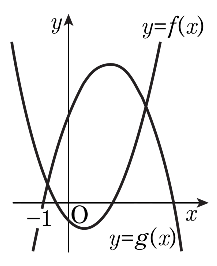
$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$

$\therefore a+2b-1=0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

27. 이차항의 계수가 각각 1, -1 인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식 $f(x) - g(x) \le 0$ 의 해가 $-1 \le x \le 3$ 이고 $f(2) = 1$ 일 때, $g(1)$ 의 값은?



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = f(x)$ 의 y 절편이 -1 이므로 $f(x) = x^2 + ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$f(2) = 2a + 3 = 1$ 에서 $a = -1$

$\therefore f(x) = x^2 - x - 1$

$g(x) = -x^2 + bx + c$ 로 놓으면 $f(x) - g(x) \le 0$ 의 해가 $-1 \le x \le 3$ 이므로

$f(x) - g(x) = 2x^2 - (1 + b)x - 1 - c = 2(x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$

따라서, $1 + b = 4$, $-1 - c = -6$ 에서

$b = 3$, $c = 5$

$\therefore g(x) = -x^2 + 3x + 5$

$\therefore g(1) = 7$